

目 录

CONTENTS

第 1 讲	实数及其运算	(2)
第 2 讲	数的开方与二次根式	(3)
第 3 讲	整式与因式分解	(4)
第 4 讲	分 式	(5)
第 5 讲	一次方程与方程组	(6)
第 6 讲	分式方程	(7)
第 7 讲	一元二次方程	(8)
第 8 讲	一元一次不等式(组)	(9)
第 9 讲	平面直角坐标系与函数基	(10)
第 10 讲	一次函数	(11)
第 11 讲	反比例函数	(12)
第 12 讲	二次函数的图象与性质	(13)
第 13 讲	二次函数的综合与应用	(14)
第 14 讲	平面图形、相交线与平行线	(15)
第 15 讲	三角形及其性质	(16)
第 16 讲	全等三角形	(17)
第 17 讲	等腰三角形与直角三角形	(18)
第 18 讲	解直角三角形及其应用	(19)
第 19 讲	多边形与平行四边形	(20)
第 20 讲	矩形与菱形	(21)
第 21 讲	正方形与特殊四边形的综合	(22)
第 22 讲	圆及其相关性质	(23)
第 23 讲	与圆有关的位置关系	(24)
第 24 讲	与圆有关的计算	(25)
第 25 讲	视图与投影	(26)
第 26 讲	尺规作图	(27)
第 27 讲	图形的对称与平移	(28)
第 28 讲	图形的旋转	(29)
第 29 讲	图形的相似(含位似)	(30)
第 30 讲	数据的收集、整理与描述	(31)
第 31 讲	数据的分析	(33)
第 32 讲	概率及其应用	(34)
专题一	多解题	(35)
专题二	创新作图题	(36)
专题三	方程、函数、几何型综合题	(37)
专题四	实际应用设计题	(38)
专题五	实物情景应用题	(40)
专题六	特殊图形的计算与证明	(42)
专题七	综合实践题	(44)
专题八	二次函数的综合探究(压轴题)	(46)

第1讲 实数及其运算

基础训练

1. (2017 泰安) 下列四个数: -3 , $-\sqrt{3}$, $-\pi$, -1 , 其中最小的数是 ()

- A. $-\pi$ B. -3 C. -1 D. $-\sqrt{3}$

2. (2017 鄂州) 下列实数是无理数的是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. 0 D. $-1.010\ 101$

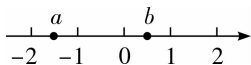
3. (2017 巴中) 我市在建的天星桥水库是以灌溉和城市供水为主的综合型水利工程, 建成后, 每年可向巴城供水 593 万立方米, 将 593 万用科学记数法表示为 () 立方米.

- A. 0.593×10^7 B. 5.93×10^6
C. 5.93×10^2 D. 5.93×10^7

4. (2017 天水) 若 x 与 3 互为相反数, 则 $|x+3|$ 等于 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

5. 实数 a, b 在数轴上的位置如图所示, 以下说法正确的是 ()



第5题图

- A. $b < a$ B. $ab > 0$
C. $|b| < |a|$ D. $a + b = 0$

6. 若 a, b 互为倒数, 则 $(-ab)^{2018} =$.

7. 比较大小: $-\pi$ _____ -3.14 . (选填“>”“=”或“<”).

8. (2017 阿坝州) 某种电子元件的面积大约为 0.000 000 69 平方毫米, 将 0.000 000 69 这个数用科学记数法表示为 _____.

9. 计算: $(-1)^{-2} + 2\ 018^0 =$.

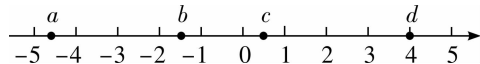
10. 计算: $(\frac{1}{2})^{-2} + (\pi - 3)^0 - \sqrt{9} =$.

11. (2017 深圳) 计算: $|\sqrt{2} - 2| - 2\cos 45^\circ + (-1)^{-2} + \sqrt{8}$.

12. (2017 安顺) 计算: $3\tan 30^\circ + |2 - \sqrt{3}| + (\frac{1}{3})^{-1} - (3 - \pi)^0 - (-1)^{2017}$.

能力提升

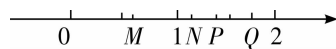
13. (2017 北京) 实数 a, b, c, d 在数轴上的对应点的位置如图所示, 则正确的结论是 ()



第13题图

- A. $a > -4$ B. $bd > 0$
C. $|a| > |d|$ D. $b + c > 0$

14. (2017 江西模拟) 如图, 在数轴上有 M, N, P, Q 四点, 其中某一点表示无理数 $\sqrt{2}$, 这个点是 ()

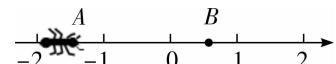


第14题图

- A. M B. N C. P D. Q

15. (2017 毕节) 计算: $(-\frac{\sqrt{3}}{3})^{-2} + (\pi - \sqrt{2})^0 - |\sqrt{2} - \sqrt{3}| + \tan 60^\circ + (-1)^{2017}$.

16. 如图, 一只蚂蚁从点 A 沿数轴向右直爬 2 个单位到达点 B, 点 A 表示的数为 $-\sqrt{2}$, 设点 B 所表示的数为 n .



第16题图

- (1) 求 n 的值;
(2) 求 $|n+1| + 2(n+2\sqrt{2}-2)^{-1}$ 的值.

第2讲 数的开方与二次根式

基础训练

1. (2017 泰州)2 的算术平方根是 ()
A. $\pm\sqrt{2}$ B. $\sqrt{2}$ C. $-\sqrt{2}$ D. 2
2. 若 $2m-4$ 与 $3m-1$ 是同一个数的平方根,则 m 的值是 ()
A. -3 B. -1 C. 1 D. -3 或 1
3. 下列二次根式中,与 $\sqrt{a}$ 是同类二次根式的是 ()
A. $\sqrt{3a}$ B. $\sqrt{2a^2}$ C. $\sqrt{a^3}$
4. 在下列各式中,计算正确的是 ()
A. $(2\sqrt{3})^2 = 6$ B. $\sqrt{9} = \pm 3$
C. $\sqrt{(-6)^2} = -6$ D. $\frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$
5. 化简 $x\sqrt{-\frac{1}{x}}$, 正确的是 ()
A. $\sqrt{-x}$ B. $\sqrt{x}$
C. $-\sqrt{-x}$ D. $-\sqrt{x}$
6. 下列计算正确的是 ()
A. $3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 12\sqrt{2}$
B. $\sqrt{(-3)^2} = -3$
C. $(\sqrt{8}-\sqrt{3}) \times \sqrt{6} = 4\sqrt{3}-9\sqrt{2}$
D. $(4\sqrt{2}-3\sqrt{6}) \div 2\sqrt{2} = 2 - \frac{3}{2}\sqrt{3}$
7. 已知 $2x+1$ 的平方根是 ± 5 , 则 $5x+4$ 的立方根是 _____.
8. 若一块地砖的面积为 0.64 平方米,则这块地砖的边长为 _____ 米.
9. (2017 呼和浩特)使式子 $\frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ 有意义的 x 的取值范围是 _____.
10. (2017 哈尔滨)计算 $\sqrt{27} - 6\sqrt{\frac{1}{3}}$ 的结果是 _____.
11. (2017 大连)计算: $(\sqrt{2}+1)^2 - \sqrt{8} + (-2)^2$.

12. 计算: $\sqrt{48} \div \sqrt{3} - \sqrt{\frac{1}{2}} \times \sqrt{12} + \sqrt{24}$.

能力提升

13. 化简: $\frac{x\sqrt{y}}{\sqrt{y}-y\sqrt{x}} - \frac{y\sqrt{x}}{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}$, 并任选一组你认为的 x, y 的值代入求值.

14. 观察,猜想,证明.

观察下列的等式:

① $2\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{2 + \frac{2}{3}}$; ② $3\sqrt{\frac{3}{8}} = \sqrt{3 + \frac{3}{8}}$;

③ $4\sqrt{\frac{4}{15}} = \sqrt{4 + \frac{4}{15}}$...

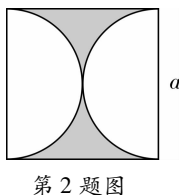
(1)发现上述 3 个等式的规律,猜想第 5 个等式并进行验证;

(2)写出含字母 n (n 为任意自然数,且 $n \geq 2$) 表示的等式,并写出证明过程.

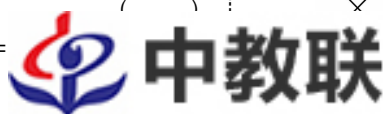
第3讲 整式与因式分解

基础训练

- (2017 株洲) 计算 $a^2 \cdot a^4$ 的结果为 ()
A. a^2 B. a^4 C. a^6 D. a^8
- (2017 邵阳) 如图所示, 边长为 a 的正方形中阴影部分的面积为 ()
A. $a^2 - \pi(\frac{a}{2})^2$ B. $a^2 - \pi a^2$
C. $a^2 - \pi a$ D. $a^2 - 2\pi a$
- (2017 岳阳) 下列运算正确的是 ()
A. $(x^3)^2 = x^5$ B. $(-x)^5 =$
C. $x^3 \cdot x^2 = x^6$ D. $3x^2 + 2x^3$
- 若 $x^2 - 2x - 1 = 0$, 则代数式 $2x^2 - 4x + 5$ 的值为 ()
A. 6 B. 7 C. 8 D. 11
- (2017 哈尔滨) 下列运算正确的是 ()
A. $a^6 \div a^3 = a^2$ B. $2a^3 + 3a^3 = 5a^6$
C. $(-a^3)^2 = a^6$ D. $(a+b)^2 = a^2 + b^2$
- (2017 孝感) 下列计算正确的是 ()
A. $b^3 \cdot b^3 = 2b^3$
B. $(a+2)(a-2) = a^2 - 4$
C. $(ab^2)^3 = ab^6$
D. $(8a-7b) - (4a-5b) = 4a-12b$
- (2017 淮安) 计算: $2(x-y) + 3y =$ _____.
- (2017 湖州) 把多项式 $x^2 - 3x$ 因式分解, 正确的结果是 _____.
- (2017 东营) 分解因式: $-2x^2y + 16xy - 32y =$ _____.
- 某同学在计算 $11+x$ 的值时, 误将“+”看成了“-”, 计算结果为 20, 那么 $11+x$ 的值应为 _____.
- (2017 荆门) 先化简, 再求值: $(2x+1)^2 - 2(x-1)(x+3) - 2$, 其中 $x = \sqrt{2}$.



第2题图

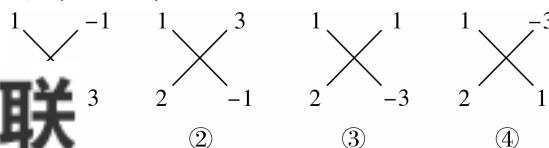


- 当 $x=a$ 或 $x=b(a \neq b)$ 时, 代数式 $x^2 - 4x + 2$ 的值相等, 则当 $x=a+b$ 时, 代数式 $x^2 - 4x + 2$ 的值为 _____.

- (2017 百色) 阅读理解: 用“十字相乘法”分解因式 $2x^2 - x - 3$ 的方法.

(1) 二次项系数 $2 = 1 \times 2$;

(2) 常数项 $-3 = -1 \times 3 = 1 \times (-3)$, 验算: “交叉相乘之和”;



$$1 \times 3 + 2 \times (-1) = 1 \quad 1 \times (-1) + 2 \times 3 = 5$$

$$1 \times (-3) + 2 \times 1 = -1 \quad 1 \times 1 + 2 \times (-3) = -5$$

(3) 发现第③个“交叉相乘之和”的结果 $1 \times (-3) + 2 \times 1 = -1$, 等于一次项系数 -1 .

即: $(x+1)(2x-3) = 2x^2 - 3x + 2x - 3 = 2x^2 - x - 3$, 则 $2x^2 - x - 3 = (x+1)(2x-3)$.

像这样, 通过十字交叉线帮助, 把二次三项式分解因式的方法, 叫做十字相乘法. 仿照以上方法, 分解因式: $3x^2 + 5x - 12 =$ _____.

- 现有一张边长为 a 的大正方形卡片和三张边长为 b 的小正方形卡片 ($\frac{1}{2}a < b < a$) 如图 1, 取出两张小正方形卡片放入“大正方形卡片”内拼成的图案如图 2, 再重新用三张小正方形卡片放入“大正方形卡片”内拼成的图案如图 3. 已知图 3 中的阴影部分的面积比图 2 中的阴影部分的面积大 $2ab - 15$, 则小正方形卡片的面积是 _____.

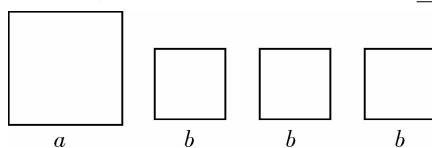


图1

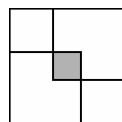


图2

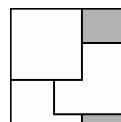


图3

第16题图

- 先化简, 再求值: $[(x+y)(x-y) - (x-y)^2 - y(x-2y)] \div 2x$, 其中 $x = \frac{1}{2017}$, $y = -\frac{2}{3}$.

能力提升

- 把多项式 $x^2 + ax + b$ 分解因式, 得 $(x+1)(x-3)$, 则 a, b 的值分别是 ()
A. $a=2, b=3$ B. $a=-2, b=-3$
C. $a=-2, b=3$ D. $a=2, b=-3$

第4讲 分式

基础训练

- 如果分式 $\frac{x}{x+1}$ 没有意义,那么 x 的取值范围是 ()
A. $x \neq 0$ B. $x = 0$
C. $x \neq 1$ D. $x = -1$
- (2017 河北) 若 $\frac{3-2x}{x-1} = \frac{\quad}{x-1} + \frac{1}{x-1}$, 则 $\frac{\quad}{x-1}$ 中的数是 ()
A. -1 B. -2 C. -3
- (2017 泰安) 化简 $(1 - \frac{2x-1}{x^2}) \div (1 - \frac{1}{x^2})$ 的结果为 ()
A. $\frac{x-1}{x+1}$ B. $\frac{x+1}{x-1}$ C. $\frac{x+1}{x}$ D. $\frac{x-1}{x}$
- (2017 北京) 如果 $a^2 + 2a - 1 = 0$, 那么代数式 $(a - \frac{4}{a}) \cdot \frac{a^2}{a-2}$ 的值是 ()
A. -3 B. -1 C. 1 D. 3
- (2017 镇江) 当 $x = \quad$ 时, 分式 $\frac{x-5}{2x+3}$ 的值为零.
- (2017 枣庄) 化简: $\frac{x+3}{x^2-2x+1} \div \frac{x^2+3x}{(x-1)^2} = \quad$.
- 甲工程队完成一项工程需 n 天, 乙工程队要比甲工程队多用 3 天才能完成这项工程, 两队共同工作一天的工作量是 $\quad$.
- 若 $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = 3$, 则分式 $\frac{2a+3ab-2b}{a-2ab-b} = \quad$.
- (2017 南京) 计算 $(a+2+\frac{1}{a}) \div (a-\frac{1}{a})$.

10. (2017 百色) 已知 $a = b + 2\ 018$, 求代数式 $\frac{2}{a-b} \cdot$

$$\frac{a^2-b^2}{a^2+2ab+b^2} \div \frac{1}{a^2-b^2} \text{ 的值.}$$

11. 若 $5ab - b^2 = 0$, 则 $\frac{b}{a} - \frac{a}{b}$ 的值为 $\quad$.

12. 读一读: 式子“ $1+2+3+4+\cdots+100$ ”表示从 1 开始的 100 个连续自然数的和, 由于式子比较长, 书写不方便, 为了简便起见, 我们将其表示为 $\sum_{n=1}^{100} n$, 这里“ Σ ”是求和符号, 通过对以上材料的阅读, 计算 $\sum_{n=1}^{2\ 016} \frac{1}{n(n+1)} = \quad$.

13. (2017 烟台) 先化简, 再求值: $(x - \frac{2xy-y^2}{x}) \div \frac{x^2-y^2}{x^2+xy}$, 其中 $x = \sqrt{2}$, $y = \sqrt{2} - 1$.

14. (2017 辽阳) 先化简, 再求值: $(\frac{x}{x^2+x} - 1) \div \frac{x^2-1}{x^2+2x+1}$, 其中 $x = \sqrt{8} - 4\sin 45^\circ + (\frac{1}{2})^{-1}$.

第5讲 一次方程与方程组

基础训练

- (2017 南充) 如果 $a+3=0$, 那么 a 的值是 ()
A. 3 B. -3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$
- 在解方程 $\frac{x-1}{2} - 1 = \frac{3x+1}{3}$ 时, 两边同时乘以 6, 去分母后, 正确的是 ()
A. $3x-1-6=2(3x+1)$
B. $(x-1)-1=2(x+1)$
C. $3(x-1)-1=2(3x+1)$
D. $3(x-1)-6=2(3x+1)$
- (2017 深圳) 一球鞋厂, 现打折促销, 鞋, 比上个月多卖 10%, 设上个月卖出 x 双, 列出方程 ()
A. $10\%x=330$ B. $(1-10\%)x=330$
C. $(1-10\%)^2x=330$ D. $(1+10\%)x=330$
- (2017 天津) 方程组 $\begin{cases} y=2x, \\ 3x+y=15 \end{cases}$ 的解是 ()
A. $\begin{cases} x=2, \\ y=3 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=4, \\ y=3 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x=4, \\ y=8 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=3, \\ y=6 \end{cases}$
- (2017 北京) 某活动小组购买了 4 个篮球和 5 个足球, 一共花费了 435 元, 其中篮球的单价比足球的单价多 3 元, 求篮球的单价和足球的单价. 设篮球的单价为 x 元, 足球的单价为 y 元, 依题意, 可列方程组为_____.
- (2017 景德镇二模) 已知关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+3y=k, \\ x+2y=-1 \end{cases}$ 的解互为相反数, 则 k 的值是_____.
- 以方程组 $\begin{cases} y=2x+2, \\ y=-x+1 \end{cases}$ 的解为坐标的点 (x, y) 在第_____象限.
- (2017 桂林) 解二元一次方程组: $\begin{cases} 2x+y=3 \text{ ①}, \\ 5x+y=9 \text{ ②}. \end{cases}$
- (2017 安徽) 《九章算术》中有一道阐述“盈不足术”的问题, 原文如下:
今有人共买物, 人出八, 盈三; 人出七, 不足四. 问人数, 物价各几何.
译文为:
现有一些人共同买一个物品, 每人出 8 元, 还盈余 3 元; 每人出 7 元, 则还差 4 元. 问共有多少人, 这个物品的价格是多少.

请解答上述问题.

能力提升

- (2017 赣州模拟) 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} 2x+y=-3m+2, \\ x+y=4 \end{cases}$ 的解满足 $x+y > -\frac{3}{2}$, 求出 m 的所有正整数值.

- 张新是某县城中学的在校住宿生, 开学初父母通过估算为他预存了一个学期的伙食费 1 600 元, 学校的学生食堂规定一天的伙食标准: 早餐每人 4 元, 中餐、晚餐只能各选一份价格如下表中的饭菜.

	价格 1 (单位: 元/份)	价格 2 (单位: 元/份)
中餐	5	7
晚餐	5	7

- 请问该校住宿生一天的伙食费价格有几种可能, 其金额各是多少元.
- 若张新选择(1)中一天的两种价格伙食费, 并计划吃 110 天, 且刚好用完预存款, 那么他应有哪几种选择价格的方案? 每种方案中两种价格各吃多少天?

第6讲 分式方程

基础训练

- (2016 安徽) 方程 $\frac{2x+1}{x-1}=3$ 的解是 ()
A. $-\frac{4}{5}$ B. $\frac{4}{5}$ C. -4 D. 4
- 解分式方程 $\frac{2}{x-1} + \frac{x+2}{1-x} = 3$ 时, 去分母后变形正确的是 ()
A. $2 + (x+2) = 3(x-1)$
B. $2 - x + 2 = 3(x-1)$
C. $2 - (x+2) = 3$
D. $2 - (x+2) = 3(x-1)$
- (2017 宿迁改编) 若关于 x 的分式方程 $\frac{m}{x-2} = \frac{1-x}{2-x} - 3$ 有增根, 则实数 m 的值是 ()
A. -2 B. -1 C. 1 D. 2
- (2017 德州) 某校美术社团为练习素描, 他们第一次用 120 元买了若干本资料, 第二次用 240 元在同一商家买同样的资料, 这次商家每本优惠 4 元, 结果比上次多买了 20 本, 求第一次买了多少本资料. 若设第一次买了 x 本资料, 列方程正确的是 ()
A. $\frac{240}{x-20} - \frac{120}{x} = 4$ B. $\frac{240}{x+20} - \frac{120}{x} = 4$
C. $\frac{120}{x} - \frac{240}{x-20} = 4$ D. $\frac{120}{x} - \frac{240}{x+20} = 4$
- 分式方程 $\frac{4}{x-3} - \frac{1}{x} = 0$ 的根是 _____.
- 若 $x=3$ 是分式方程 $\frac{a-2}{x} - \frac{1}{x-2} = 0$ 的根, 则 a 的值是 _____.
- (2017 西宁改编) 西宁市创建全国文明城市已经进入倒计时! 某环卫公司为清理卫生死角内的垃圾, 调用甲车 3 小时只清理了一半垃圾, 为了加快进度, 再调用乙车, 两车合作 1.2 小时清理完另一半垃圾. 设乙车单独清理全部垃圾的时间为 x 小时, 根据题意可列出方程为 _____.
- (2017 随州) 解分式方程: $\frac{3}{x^2-x} + 1 = \frac{x}{x-1}$.
- 小明解方程 $\frac{1}{x} - \frac{x-2}{x} = 1$ 的过程如图. 请指出他解答过程中的错误, 并写出正确的解答过程.

解: 方程两边同乘 x , 得

$$1 - (x-2) = 1, \dots\dots\dots ①$$

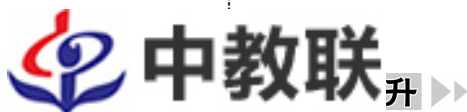
$$\text{去括号, 得 } 1 - x - 2 = 1, \dots\dots\dots ②$$

$$\text{合并同类项, 得 } -x - 1 = 1, \dots\dots\dots ③$$

$$\text{移项, 得 } -x = 2, \dots\dots\dots ④$$

$$\text{解得 } x = -2, \dots\dots\dots ⑤$$

$$\therefore \text{原方程的解为 } x = -2. \dots\dots\dots ⑥$$



- 已知关于 x 的分式方程 $\frac{3x-a}{x-3} = \frac{1}{3}$ 的解是非负数, 那么 a 的取值范围是 ()
A. $a > 1$ B. $a \geq 1$
C. $a \geq 1$ 且 $a \neq 9$ D. $a \leq 1$
- (2017 临川一模) 若关于 x 的方程 $\frac{ax+1}{x-1} - 1 = 0$ 无实根, 则 a 的值为 _____.
- 若关于 x 的分式方程 $\frac{x}{x-2} = 2 - \frac{m}{2-x}$ 的解为正数, 则满足条件的正整数 m 的值为 _____.
- (2017 云南) 某商店用 1 000 元人民币购进水果销售, 过了一段时间, 又用 2 400 元人民币购进这种水果, 所购数量是第一次购进数量的 2 倍, 但每千克的价格比第一次购进的贵了 2 元.
(1) 该商店第一次购进水果多少千克?
(2) 假设该商店两次购进的水果按相同的标价销售, 最后剩下的 20 千克按标价的五折优惠销售. 若两次购进水果全部售完, 利润不低于 950 元, 则每千克水果的标价至少是多少元?
注: 每千克水果的销售利润等于每千克水果的销售价格与每千克水果的购进价格的差, 两批水果全部售完的利润等于两次购进水果的销售利润之和.

第7讲 一元二次方程

基础训练

- (2018 原创) 已知 $x=1$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2 + \frac{1}{4}m^2x - m = 0$ 的根, 则常数 m 的值为 ()
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
- (2017 齐齐哈尔) 若关于 x 的方程 $kx^2 - 3x - \frac{9}{4} = 0$ 有实数根, 则实数 k 的取值范围是 ()
A. $k=0$ B. $k \geq -1$ 且 $k \neq 0$
C. $k \geq -1$ D. $k > -1$
- (2017 绵阳) 关于 x 的方程 $2x^2 +$  **中教联**  个根是 -2 和 1, 则 n^m 的值为
A. -8 B. 8 C. 16 D. -16
- (2017 赣州六校联盟模拟) 已知一元二次方程 $x^2 + x - 1 = 0$, 下列判断正确的是 ()
A. 该方程有两个相等的实数根
B. 该方程有一个根为 1
C. 该方程没有实数根
D. 该方程有一个根为负数
- 有 x 支球队参加篮球比赛, 共比赛了 45 场, 每两队之间都比赛一场, 则下列方程中符合题意的是 ()
A. $\frac{1}{2}x(x-1) = 45$ B. $\frac{1}{2}x(x+1) = 45$
C. $x(x-1) = 45$ D. $x(x+1) = 45$
- (2017 鹰饶联谊模拟) 已知 m, n 是方程 $2x^2 - 5x - 3 = 0$ 的两根, 则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} =$ _____.
- (2018 原创) 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 4x + b = 0$ 有两个不相等的实数根, 写出一个满足条件的实数 b 的值: $b =$ _____.
- 关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 2x - 2m + 1 = 0$ 的两实数根之积为负, 则实数 m 的取值范围是 _____.
- (2017 萍乡二模) 将一块正方形铁皮的四角各剪去一个边长为 3 cm 的小正方形, 做成一个无盖的盒子, 已知盒子的容积为 300 cm^3 , 则原铁皮的边长为 _____ cm.
- (2017 临川一模) 解方程: $x^2 - 2x = 3$.

11. 解方程: $2(x-3)^2 = x^2 - 9$.

12. 等腰 $\triangle ABC$ 的一边 BC 的长为 6, 另外两边 AB, AC 的长分别是方程 $x^2 - 8x + m = 0$ 的两个根, 则 m 的值为 _____.

13. (2017 黄冈) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + (2k+1)x + k^2 = 0$ ① 有两个不相等的实数根.
(1) 求 k 的取值范围;
(2) 设方程①的两个实数根分别为 x_1, x_2 , 当 $k = 1$ 时, 求 $x_1^2 + x_2^2$ 的值.

14. (2017 眉山) 东坡某烘焙店生产的蛋糕礼盒分为六个档次, 第一档次 (即最低档次) 的产品每天生产 76 件, 每件利润 10 元. 调查表明: 生产提高一个档次的蛋糕产品, 该产品每件利润增加 2 元.

- (1) 若生产的某批次蛋糕每件利润为 14 元, 此批次蛋糕属第几档次产品;
(2) 由于生产工序不同, 蛋糕产品每提高一个档次, 一天产量会减少 4 件. 若生产的某档次产品一天的总利润为 1 080 元, 该烘焙店生产的是第几档次的产品?

第8讲 一元一次不等式(组)

基础训练

1. (2017 常州) 若 $3x > -3y$, 则下列不等式中一定成立的是 ()

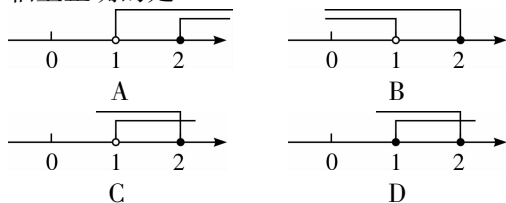
A. $x + y > 0$ B. $x - y > 0$
C. $x + y < 0$ D. $x - y < 0$

2. (2017 眉山) 不等式 $-2x > \frac{1}{2}$ 的解集是 ()

A. $x < -\frac{1}{4}$ B. $x < -1$
C. $x > -\frac{1}{4}$ D. $x > -1$

3. (2017 自贡) 不等式组 $\begin{cases} x+1 > 2, \\ 3x-4 \leq 2 \end{cases}$

轴上正确的是



4. (2017 恩施州) 关于 x 的不等式组 $\begin{cases} x-m < 0, \\ 3x-1 > 2(x-1) \end{cases}$ 无解, 那么 m 的取值范围为 ()

A. $m \leq -1$ B. $m < -1$
C. $-1 < m \leq 0$ D. $-1 \leq m < 0$

5. 在实数范围内规定新运算“ $\triangle$ ”其规则是: $a \triangle b = a + b - 1$, 则 $x \triangle (x-2) > 3$ 的解集为_____.

6. (2017 通辽) 不等式组 $\begin{cases} 2x+1 > -1, \\ \frac{2x-1}{3} \geq x-1 \end{cases}$ 的整数解是_____.

7. (2017 抚州一模) 某经销商销售一批电话手表, 第一个月以 550 元/块的价格售出 60 块, 第二个月起降价, 以 500 元/块的价格将这批电话手表全部售出, 销售总额超过了 5.5 万元. 这批电话手表至少有_____块.

8. (2017 宜春模拟) 不等式组 $\begin{cases} x > -1, \\ x < m \end{cases}$ 有 3 个整数解, 则 m 的取值范围是_____.

9. (2017 鹰潭一模) 解不等式组 $\begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) \leq 1, \\ 1-x < 2, \end{cases}$ 并写出该不等式组的最大整数解.

10. (2017 舟山) 小明解不等式 $\frac{1+x}{2} - \frac{2x+1}{3} \leq 1$ 的过程如图. 请指出他解答过程中错误步骤的序号, 并写出正确的解答过程.

解: 去分母, 得 $3(1+x) - 2(2x+1) \leq 1$, ...

..... ①

去括号, 得 $3 + 3x - 4x + 1 \leq 1$, ②

移项, 得 $3x - 4x \leq 1 - 3 - 1$, ③

合并同类项, 得 $-x \leq -3$, ④

两边都除以 -1 , 得 $x \leq 3$, ⑤

能力提升

11. (2017 江西名校联盟模拟) 关于 x 的不等式

$$\begin{cases} \frac{x+4}{3} > \frac{x}{2} + 1, \\ x-a < 0. \end{cases}$$

- (1) 当 $a=3$ 时, 解这个不等式组;
(2) 若不等式组的解集是 $x < 1$, 求 a 的值.

12. (2017 呼和浩特) 已知关于 x 的不等式 $\frac{2m-mx}{2} > \frac{1}{2}x - 1$.

- (1) 当 $m=1$ 时, 求该不等式的解集;
(2) m 取何值时, 该不等式有解, 并求出解集.

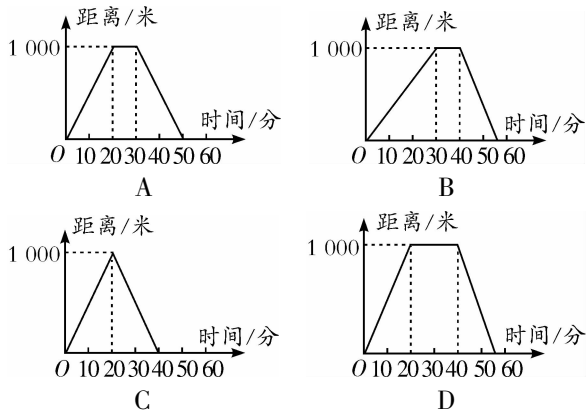
13. (2017 沈阳) 小明要代表班级参加学校举办的消防知识竞赛, 共有 25 道题, 规定答对一道题得 6 分, 答错或不答一道题扣 2 分, 只有得分超过 90 分才能获得奖品, 问小明至少答对多少道题才能获得奖品.

第9讲 平面直角坐标系与函数基础

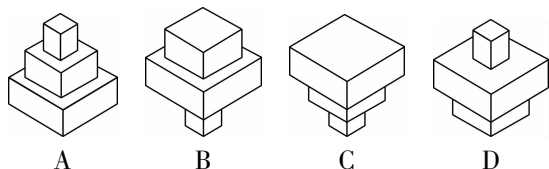
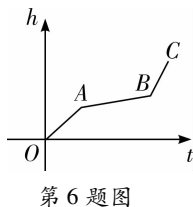
基础训练

- 在直角坐标中,点 $P(2, -3)$ 所在的象限是 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
- 在平面直角坐标系中,将点 $A(1, -2)$ 向上平移 3 个单位长度,再向左平移 2 个单位长度,得到点 A' ,则点 A' 的坐标是 ()
A. $(-1, 1)$ B. $(-1, -2)$
C. $(-1, 2)$ D. $(1, 2)$
- 在平面直角坐标系中,点 $P(1, 2)$ 关于 y 轴对称点 P' 的坐标是 ()
A. $(1, 2)$ B. $(-1, 2)$
C. $(1, -2)$ D. $(-1, -2)$
- (2017 吉安模拟) 点 $A(-2, 3)$ 与 $B(2, -3)$, 以下说法错误的是 ()
A. 关于 x 轴对称
B. 将点 A 向右移 4 个单位后,关于 x 轴对称
C. 将点 A 右移 4 个单位,下移 6 个单位得到点 B
D. $AB = 2\sqrt{13}$

- (2017 凉山州) 小明和哥哥从家里出去买书,从家出来走了 20 分钟到一个离家 1 000 米的书店,小明买了书后随即按原速返回;哥哥看了 20 分钟书后,用 15 分钟返回家. 下面的图象中哪一个表示哥哥离家时间与距离之间的关系 ()

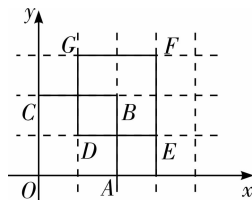


- (2017 绍兴) 均匀地向一个容器注水,最后把容器注满,在注水过程中,水面高度 h 随时间 t 的变化规律如图所示(图中 $OABC$ 为折线),这个容器的形状可以是 ()



- (2017 攀枝花) 函数 $y = \sqrt{2x-1}$ 中自变量 x 的取值范围为_____.

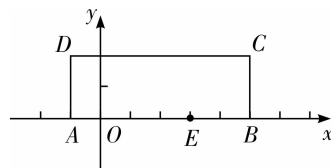
- (2017 百色) 如图,在正方形 $OABC$ 中, O 为坐标原点,点 C 在 y 轴正半轴上,点 A 的坐标为 $(2, 0)$,将正方形 $OABC$ 沿着 OB 方向平移 $\frac{1}{2}OB$ 个单位,则点 C



第8题图

的对应点坐标是_____.

- (2017 安顺模拟) 如图,在平面直角坐标系中, O 为坐标原点,四边形 $ABCD$ 是矩形,顶点 A, B, C, D 的坐标分别为



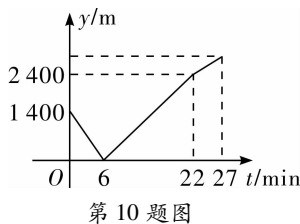
第9题图

$(-1, 0), (5, 0), (5, 2), (-1, 2)$, 点 $E(3, 0)$ 在 x 轴上,点 P 在 CD 边上运动,使 $\triangle OPE$ 为等腰三角形,则满足条件的 P 点有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

- (2017 鄂州) 小东家与学校之间是一条笔直的公路,早饭后,小东步行前往学校,途中发现忘带画板,停下给妈妈打电话,妈妈接到电话后,带上画板马上赶往学校,同时小东沿原路返回,两人相遇后,小东立即赶往学校,妈妈沿原路返回 16 min 到家,再过 5 min 小东到达学校. 小东始终以 100 m/min 的速度步行,小东和妈妈的距离 y (单位: m) 与小东打完电话后的步行时间 t (单位: min) 之间的函数关系如图所示,下列四种说法:

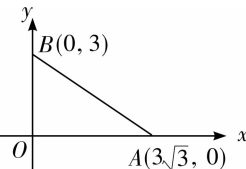
- ①打电话时,小东和妈妈距离是 1400 m ;
- ②小东与妈妈相遇后,妈妈回家速度是 50 m/min ;
- ③小东打完电话后,经过 27 min 到达学校;
- ④小东家离学校的距离是 2900 m .

其中正确的个数是 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个



第10题图

- 如图,已知直角坐标系内两点 $A(3\sqrt{3}, 0)$ 和 $B(0, 3)$,以线段 AB 为边作等边三角形 ABC ,则顶点 C 的坐标是_____.

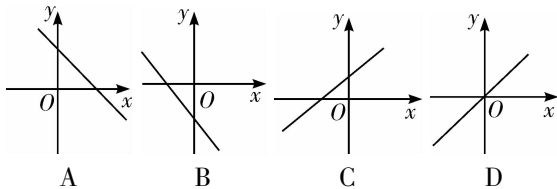


第11题图

第 10 讲 一次函数

基础训练

1. 已知一次函数 $y = kx + b$, 若 $k + b = 0$, 则该函数的图象可能是 ()



2. (2017 泰安) 已知一次函数 $y = kx - m - 2x$ 的图象与 y 轴的负半轴相交, 且函数值随 x 的增大而减小, 则下列结论正确的是 ()

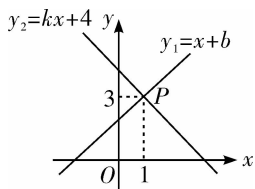
- A. $k < 2, m > 0$ B. $k < 2, m < 0$
C. $k > 2, m > 0$ D. $k < 0, m < 0$

3. (2017 苏州) 若点 $A(m, n)$ 在一次函数 $y = 3x + b$ 的图象上, 且 $3m - n > 2$, 则 b 的取值范围为 ()

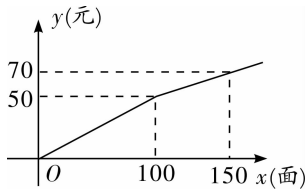
- A. $b > 2$ B. $b > -2$ C. $b < 2$ D. $b < -2$

4. 如图, 一次函数 $y_1 = x + b$ 与 $y_2 = kx + 4$ 的图象相交于点 $P(1, 3)$, 则关于 x 的不等式 $x + b > kx + 4$ 的解集是 ()

- A. $x > -2$ B. $x > 0$ C. $x > 1$ D. $x < 1$



第 4 题图



第 5 题图

5. (2017 江西样卷一) 如图, 是某复印店复印收费 y (元) 与复印面数 (8 开纸) x (面) 的函数图象, 那么从图象中可看出, 复印超过 100 面的部分, 每面收费 ()

- A. 0.4 元 B. 0.45 元
C. 约 0.47 元 D. 0.5 元

6. 已知二元一次方程组 $\begin{cases} x - y = -5, \\ x + 2y = -2 \end{cases}$ 的解为

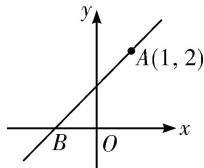
$$\begin{cases} x = -4, \\ y = 1, \end{cases}$$

则在同一平面直角坐标系中, 直线 $l_1: y = x + 5$ 与直线 $l_2: y = -\frac{1}{2}x - 1$ 的交点坐标为 _____.

7. (2017 创新中心调研测试) 已知点 $P(a, b)$ 在直线 $y = \frac{1}{2}x - 1$ 上, 点 $Q(-a, 2b)$ 在直线 $y = x + 1$ 上, 则代数式 $a^2 - 4b^2 - 1 =$ _____.

能力提升

8. (2017 吉安模拟) 如图, 一次函数 $y = x + b$ 的图象过点 $A(1, 2)$, 且与 x 轴相交于点 B , 若点 P 是 x 轴上的一点, 且满足 $\triangle APB$ 是等腰三角形, 则点 P 的坐标可以是 _____.



第 8 题图

9. (2017 吉安模拟) 某超市甲乙两员工要一起外出办事, 员工甲在一楼时, 发现忘记带文件立即返回二楼, 而员工乙正好从办公室出来准备搭乘扶梯, 甲搭乘上行扶梯的同时又以 1 m/s 的速度往上跑, 乙搭乘下行扶梯后则站立不动随扶梯下行, 两人在途中相遇, 甲搭乘扶梯上行到达办公室取了文件后立即搭乘下行扶梯, 同时以 1 m/s 的速度往下跑, 而乙到达一楼后等候甲. 图 2 中线段 OB, AB 分别表示甲、乙两人在乘坐扶梯过程中, 离扶梯一楼的距离 $y(\text{m})$ 与所用时间 $x(\text{s})$ 之间的部分函数关系 (甲取文件的时间忽略不计), 结合图象解答下列问题:

- (1) 求 a, b 的值;
(2) 求 AB 所在直线的函数关系式, 并解释点 C 的含义;
(3) 员工乙到达一楼后, 还需等待多长时间, 才能等到员工甲一起外出办事?



图 1

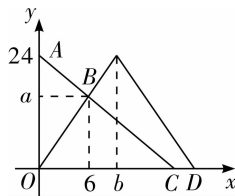


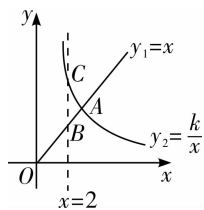
图 2

第 9 题图

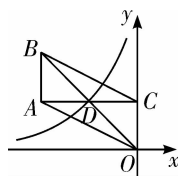
第 11 讲 反比例函数

基础训练

- 已知反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 $P(2, -3)$, 则这个函数的图象位于 ()
A. 第一、三象限 B. 第二、四象限
C. 第一、二象限 D. 第三、四象限
- 一司机驾驶汽车从甲地去乙地, 他以平均 80 千米/时的速度用了 4 个小时到达乙地, 当他按原路匀速返回时, 汽车的速度 v 千米/时与时间 t 小时的函数关系是
A. $v = 320t$ B. $v = \frac{320}{t}$ C. $v = 20t$
- (2017 吉安模拟) 如图, 函数 $y_1 = x (x \geq 0)$ 与 $y_2 = \frac{k}{x} (x > 0, k \neq 0)$ 的图象相交于点 $A(4, m)$, 则下列说法中错误的是 ()
A. $k = 16$
B. 当 $x > 4$ 时, $y_1 < y_2$
C. 当 $x = 2$ 时, $BC = 6$
D. 当 x 逐渐增大时, y_1 随着 x 的增大而增大, y_2 随着 x 的增大而减小



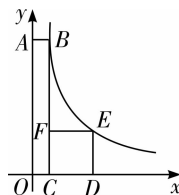
第 3 题图



第 4 题图

- (2017 盘锦) 如图, 双曲线 $y = -\frac{3}{2x} (x < 0)$ 经过 $\square ABCO$ 的对角线交点 D , 已知边 OC 在 y 轴上, 且 $AC \perp OC$ 于点 C , 则 $\square OABC$ 的面积是 ()
A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{9}{4}$ C. 3 D. 6
- (2017 河南) 已知点 $A(1, m), B(2, n)$ 在反比例函数 $y = -\frac{2}{x}$ 的图象上, 则 m 与 n 的大小关系为_____.
- (2017 菏泽) 直线 $y = kx (k > 0)$ 与双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 交于 $A(x_1, y_1)$ 和 $B(x_2, y_2)$ 两点, 则 $3x_1y_2 - 9x_2y_1$ 的值为_____.
- (2017 创新中心调研测试) 如图, 点 B, E 在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象上, 矩形 $OABC$ 的顶点 A 在 y

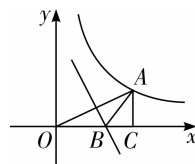
轴的正半轴上, 正方形 $CDEF$ 的顶点 C, D 在 x 轴的正半轴上, 顶点 F 在 BC 上. 若正方形 $CDEF$ 的边长为 2, 且 $CB = 3CF$, 则反比例函数的关系式为_____.



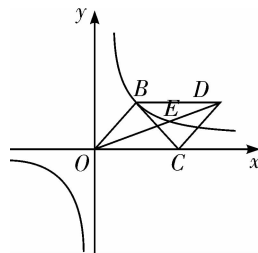
第 7 题图

能力提升

- (2017 饶鹰联谊模拟) 如图, 点 A 在双曲线 $y = \frac{6}{x}$ 上, 过 A 作 $AB \perp OA$, 垂足为 C , OA 的垂直平分线交 OC 于点 B , 当 $OA = 2\sqrt{3}$ 时, $\triangle ABC$ 的周长为 ()
A. $2\sqrt{6}$ B. $2\sqrt{3}$ C. 12 D. 6
- (2017 江西样卷一) 如图, 已知平行四边形 $OBDC$, 对角线相交于点 E , 其中 $O(0, 0), B(6, 8), C(m, 0)$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图象经过点 B .
(1) 求出 k ;
(2) 若点 E 恰好落在反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 上, 求平行四边形 $OBDC$ 的面积;
(3) 当 $m = 9$ 时, 判断反比例函数是否经过 CD 的中点, 若经过, 说明理由; 若经过, 求出 CD 与反比例函数的交点坐标.



第 8 题图

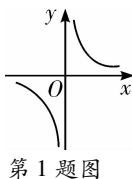
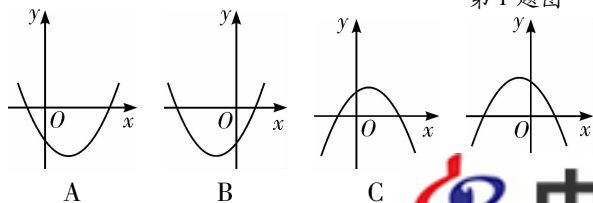


第 9 题图

第12讲 二次函数的图象与性质

基础训练

1. 已知反比例函数 $y = \frac{ab}{x}$ ($ab \neq 0$) 的图象如图所示, 则二次函数 $y = ax^2 + bx - 2$ 的大致图象是 ()

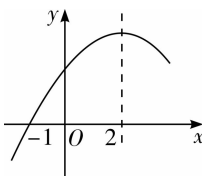


第1题图

2. (2017 襄阳) 将抛物线 $y = 2(x - 4)^2 - 3$ 平移 4 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度, 平移后所得抛物线的解析式为 ()

- A. $y = 2x^2 + 1$ B. $y = 2x^2 - 3$
C. $y = 2(x - 8)^2 + 1$ D. $y = 2(x - 8)^2 - 3$

3. (2017 吉安模拟) 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图象如图, 图象过点 $(-1, 0)$, 对称轴为直线 $x = 2$, 下列结论: ① $4a + b = 0$; ② $9a + c > 3b$; ③ $8a + 7b + 2c > 0$; ④ 当 $x > -1$



第3题图

时, y 的值随 x 值的增大而增大. 其中正确的结论有 ()

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

4. (2017 枣庄) 已知函数 $y = ax^2 - 2ax - 1$ (a 是常数, $a \neq 0$), 下列结论正确的是 ()

- A. 当 $a = 1$ 时, 函数图象经过点 $(-1, 1)$
B. 当 $a = -2$ 时, 函数图象与 x 轴没有交点
C. 若 $a < 0$, 函数图象的顶点始终在 x 轴的下方
D. 若 $a > 0$, 则当 $x \geq 1$ 时, y 随 x 的增大而增大

5. (2017 衡阳) 已知函数 $y = -(x - 1)^2$ 图象上两点 $A(2, y_1)$, $B(a, y_2)$, 其中 $a > 2$, 则 y_1 与 y_2 的大小关系是 y_1 _____ y_2 . (填“<”“>”或“=”)

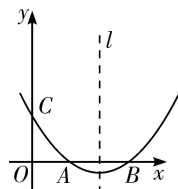
6. (2017 吉安一模) 若二次函数 $y = ax^2 + 1$ 的图象经过点 $(-2, 0)$, 则关于 x 的方程 $a(x - 2)^2 + 1 = 0$ 的实数根为 _____.

7. 二次函数 $y = x^2 + cx + c + 3$ 与坐标轴只有两个交点, 则 c 的值可以是 _____.

8. (2017 吉安九校联考) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的顶点坐标为 $(4, -\frac{2}{3})$, 且与 y 轴交于

点 $C(0, 2)$, 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左边).

- (1) 求抛物线的解析式及 A, B 两点的坐标;
(2) 若 (1) 中抛物线的对称轴上有点 P , 使 $\triangle ABP$ 的面积等于 $\triangle ABC$ 的面积 2 倍, 求出点 P 的坐标;
(3) 在 (1) 中抛物线的对称轴 l 上是否存在一点 Q , 使 $AQ + CQ$ 的值最小? 若存在, 求 $AQ + CQ$ 的值; 若不存在, 请说明理由.



第8题图

能力提升

9. (2017 九江一模) 已知抛物线 l_1 经过点 $E(1, 0)$ 和 $F(5, 0)$, 并交 y 轴于 $D(0, -5)$; 抛物线 $l_2: y = ax^2 - (2a + 2)x + 3$ ($a \neq 0$).

- (1) 试求抛物线 l_1 的函数解析式;
(2) 求证: 抛物线 l_2 与 x 轴一定有两个不同的交点;
(3) 若 $a = 1$,
① 抛物线 l_1, l_2 顶点分别为 _____、_____; 当 x 的取值范围是 _____ 时, 抛物线 l_1, l_2 上的点的纵坐标同时随横坐标增大而增大;
② 已知直线 MN 分别与 x 轴, l_1, l_2 分别交于点 $P(m, 0)$, M, N , 且 $MN \parallel y$ 轴, 当 $1 \leq m \leq 5$ 时, 求线段 MN 的最大值.

第 13 讲 二次函数的综合与应用

基础训练

1. (2017 赣州调研考试) 如图 1, 在等边 $\triangle ABC$ 中, 点 E, D 分别是 AC, BC 边的中点, 点 P 为 AB 边上的一个动点, 连接 PE, PD, PC, DE . 设 $AP = x$, 图 1 中某条线段的长为 y , 若表示 y 与 x 的函数关系图象大致如图 2 所示, 则这条线段可能是图 1 中的 ()

- A. 线段 PE B. 线段 PC
C. 线段 PD D. 线段 DE

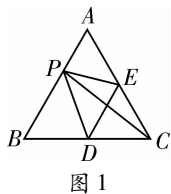


图 1

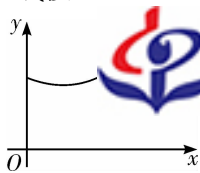


图 2

第 1 题图

2. (2017 临沂) 足球运动员将足球沿与地面成一定角度的方向踢出, 足球飞行的路线是一条抛物线, 不考虑空气阻力, 足球距离地面的高度 h (单位: m) 与足球被踢出后经过的时间 t (单位: s) 之间的关系如下表:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	...
h	0	8	14	18	20	20	18	14	...

下列结论: ①足球距离地面的最大高度为 20 m;

②足球飞行路线的对称轴是直线 $t = \frac{9}{2}$; ③足球被

踢出 9 s 时落地; ④足球被踢出 1.5 s 时, 距离地面的高度是 11 m. 其中正确结论的个数是 ()

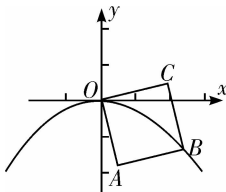
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

3. (2017 江师大附中模拟) 如图, 把抛物线 $y = x^2$ 与直线 $y = 1$ 围成的图形 $OABC$ 绕原点 O 顺时针旋转 90° 后, 再沿 x 轴向右平移 1 个单位得到图形 $O_1A_1B_1C_1$, 则下列结论错误的有 ()

- ①点 O_1 的坐标是 $(0, 1)$; ②点 C_1 的坐标是 $(2, -1)$; ③四边形 OBA_1B_1 是矩形; ④若连接 OC , 则梯形 OCA_1B_1 的面积是 3; ⑤点 A 经过的路径长为 3; ⑥两阴影面积的和是 π .

- A. 2 个 B. 3 个 C. 4 个 D. 5 个

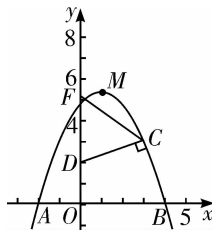
4. 如图, 四边形 $OABC$ 是边长为 1 的正方形, OC 与 x 轴正半轴的夹角为 15° , 点 B 在抛物线 $y = ax^2$ ($a < 0$) 的图象上, 则 a 的值为_____.



第 4 题图

能力提升

5. (2017 赣州调研考试) 如图, 点 $A(-2, 0), B(4, 0), C(3, 3)$ 在抛物线 $l: y = ax^2 + bx + c$ 上, 连接 BC , 过点 C 作 $CD \perp BC$ 交 y 轴于点 D .
- (1) 求抛物线的解析式及顶点 M 的坐标;
- (2) 求直线 CD 的解析式, 并回答把抛物线 l 向下平移多少个单位将经过点 D ?
- (3) 试在 y 的正半轴上求一点 F , 使得 $\triangle FDC$ 是等腰三角形, 求出点 F 的坐标.



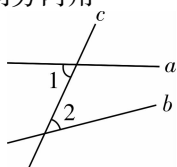
第 5 题图

第 14 讲 平面图形、相交线与平行线

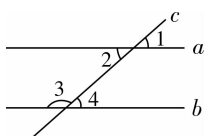
基础训练

1. (2017 玉林、崇左) 如图, 直线 a, b 被 c 所截, 则 $\angle 1$ 和 $\angle 2$ 是 ()

A. 同位角
B. 内错角
C. 同旁内角
D. 邻补角



第 1 题图



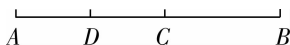
第 2 题图

2. (2017 桂林) 如图, 直线 a, b 被直线 c 所截, 下列条件能判断 $a \parallel b$ 的是

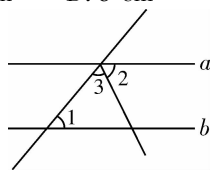
A. $\angle 1 = \angle 2$
B. $\angle 1 = \angle 3$
C. $\angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$
D. $\angle 2 = 3\angle 3, \angle 4 = 5\angle 3$

3. 如图, C, D 是线段 AB 上的两点, 且 D 是线段 AC 的中点. 若 $AB = 10 \text{ cm}, BC = 4 \text{ cm}$, 则 AD 的长为 ()

A. 2 cm
B. 3 cm
C. 4 cm
D. 6 cm



第 3 题图



第 4 题图

4. (2017 黄冈) 已知: 如图, 直线 $a \parallel b$, $\angle 1 = 50^\circ$, $\angle 2 = \angle 3$, 则 $\angle 2$ 的度数为 ()

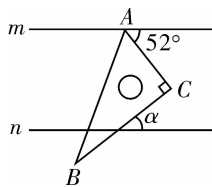
A. 50°
B. 60°
C. 65°
D. 75°

5. (2017 桂林) 下列命题是真命题的是 ()

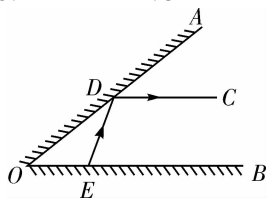
A. 相等的角是对顶角
B. 若实数 a, b 满足 $a^2 = b^2$, 则 $a = b$
C. 若实数 a, b 满足 $a < 0, b < 0$, 则 $ab < 0$
D. 角的平分线上的点到角的两边的距离相等

6. (2017 内江) 如图, 直线 $m \parallel n$, 直角三角板 ABC 的顶点 A 在直线 m 上, 则 $\angle \alpha$ 的余角等于 ()

A. 19°
B. 38°
C. 42°
D. 52°



第 6 题图

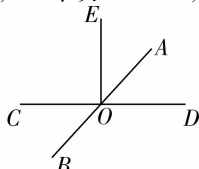


第 7 题图

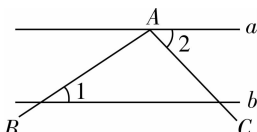
7. 如图, $\angle AOB$ 的一边 OA 为平面镜, $\angle AOB = 38^\circ$, 在 OB 上有一点 E , 从 E 点射出一束光线经 OA 上一点 D 反射, 反射光线 DC 恰好与 OB 平行, 则 $\angle DEB$ 的度数是 ()

A. 76°
B. 52°
C. 45°
D. 38°

8. (2017 九江模拟) 如图, 直线 $EO \perp CD$, 垂足为点 O , AB 平分 $\angle EOD$, 则 $\angle BOD$ 的度数为 _____.



第 8 题图



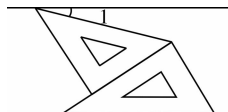
第 9 题图

9. (2017 淮安) 如图, 直线 $a \parallel b$, $\angle BAC$ 的顶点 A 在直线 a 上, 且 $\angle BAC = 100^\circ$. 若 $\angle 1 = 34^\circ$, 则 $\angle 2 =$ _____.

能力提升

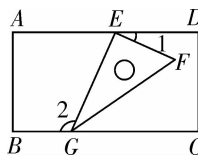
10. (2017 枣庄) 如图, 将一副三角板和一张对边平行的纸条按下列方式摆放, 两个三角板的一直角边重合, 含 30° 角的直角三角板的斜边与纸条一边重合, 含 45° 角的三角板的一个顶点在另一边上, 则 $\angle 1$ 的度数是 ()

A. 15°
B. 22.5°
C. 30°
D. 45°



第 10 题图

11. (2017 原创) 将一块含 30° 角的直角三角板 EFG 按如图方式放置 ($\angle GEF = 90^\circ$), 其中 E, G 两点分别落在长方形的边 AD, BC 上 ($AD \parallel BC$), 若 $\angle 1 = 25^\circ$, 则 $\angle 2$ 的度数为 _____.



第 11 题图

12. (2018 原创) 如图, 已知 $AB \parallel CD$, 现将一直角三角形 PMN 放入图中, 其中 $\angle P = 90^\circ$, PM 交 AB 于点 E , PN 交 CD 于点 F .

(1) 当 $\triangle PMN$ 所放位置如图 1 所示时, 则 $\angle PFD$ 与 $\angle AEM$ 的数量关系为 _____;

(2) 当 $\triangle PMN$ 所放位置如图 2 所示时, 若 MN 与 CD 交于点 O , 且 $\angle DON = 30^\circ$, $\angle PEB = 15^\circ$, 求 $\angle N$ 的度数.

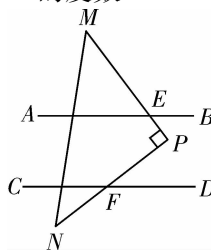


图 1

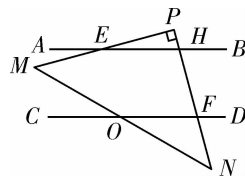


图 2

第 12 题图

第 15 讲 三角形及其性质

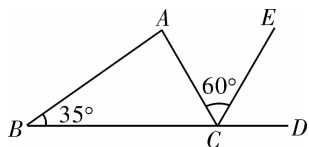
基础训练

- (2018 原创) 若一个三角形的两边长分别为 5 和 8, 第三边长是奇数, 则第三边长可以是 ()
A. 15 B. 11 C. 8 D. 3
- (2017 巴中) 若一个三角形三个内角的度数之比为 1:2:3, 则这个三角形是 ()
A. 锐角三角形 B. 等边三角形
C. 钝角三角形 D. 直角三角形
- (2017 永州) 小红不小心把家里的一块圆形玻璃打碎了, 需要配制一块同样大小的玻璃镜, 工人师傅在一块如图所示的玻璃镜残片的边缘描出了点 A, B, C , 给出三角形 ABC , 则这块玻璃镜的圆心是 ()
A. AB, AC 边上的中线的交点
B. AB, AC 边上的垂直平分线的交点
C. AB, AC 边上的高所在直线的交点
D. $\angle BAC$ 与 $\angle ABC$ 的角平分线的交点

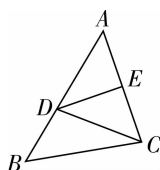


第 3 题图

- (2017 九江模拟) 如图, CE 是 $\triangle ABC$ 的外角 $\angle ACD$ 的平分线, 若 $\angle B = 35^\circ$, $\angle ACE = 60^\circ$, 则 $\angle A =$ ()
A. 35° B. 95° C. 85° D. 75°

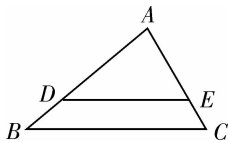


第 4 题图



第 5 题图

- 如图所示, 线段 AC 的垂直平分线交线段 AB 于点 D , $\angle A = 50^\circ$, 则 $\angle BDC =$ ()
A. 50° B. 100° C. 120° D. 130°
- (2018 原创) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是边 AB 上一点, 点 E 是边 AC 上一点, 且 $DE \parallel BC$, $\angle B = 40^\circ$, $\angle A = 80^\circ$, 则 $\angle AED$ 的度数是_____.



第 6 题图

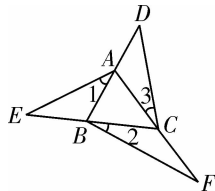
- (2017 达州) $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $AC = 3$, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 设 AD 长为 m , 则 m 的取值范围是_____.
- 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 80^\circ$, AD 是 BC 边上的高, AE 平分 $\angle BAC$, $\angle BAE = 30^\circ$.

- (1) 求 $\angle ABC$ 的度数;
- (2) 求 $\angle DAE$ 的度数.

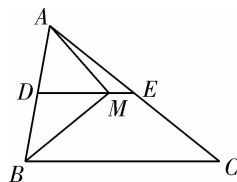


第 8 题图

- (2017 江西样卷一) 如图, D, E, F 分别是 $\triangle ABC$ 三边延长线上的点, 则 $\angle D + \angle E + \angle F + \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 =$ _____ 度.

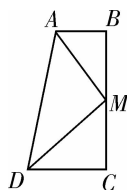


第 9 题图



第 10 题图

- (2017 宁夏) 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, 点 D 是 AB 的中点, 过点 D 作 $DE \parallel BC$, 交 AC 于点 E , 点 M 在 DE 上, 且 $ME = \frac{1}{3}DM$. 当 $AM \perp BM$ 时, 则 BC 的长为_____.
- 已知, 如图 $\angle B = \angle C = 90^\circ$, M 是 BC 的中点, DM 平分 $\angle ADC$.
(1) 求证: AM 平分 $\angle DAB$;
(2) 猜想 AM 与 DM 的位置关系如何, 并证明你的结论.

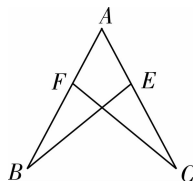


第 11 题图

第 16 讲 全等三角形

基础训练

1. (2018 原创) 如图, $\triangle ABE \cong \triangle ACF$. 若 $AB=5, AE=2, BE=4$, 则 CF 的长度是 ()
A. 2 B. 5 C. 4 D. 3



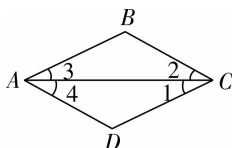
第 1 题图

2. 如图, 某同学把一块三角形的玻璃打碎成了三块, 现在要到玻璃店去配一块完全一样的玻璃, 那么最省事的办法是根据三角形的全等判定 ()

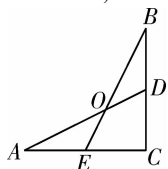


第 2 题图

- A. SAS 带③ B. SSS 带③
C. ASA 带③ D. AAS 带③
3. 如图, AC 是 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADC$ 的公共边, 下列条件中不能判定 $\triangle ABC \cong \triangle ADC$ 的是 ()
A. $\angle 2 = \angle 1, \angle B = \angle D$ B. $AB = AD, \angle 3 = \angle 4$
C. $\angle 2 = \angle 1, \angle 3 = \angle 4$ D. $AB = AD, \angle 2 = \angle 1$

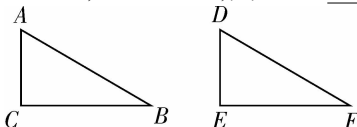


第 3 题图



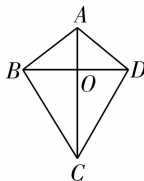
第 4 题图

4. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 和 $\text{Rt}\triangle BEC$ 中, 若 $AD=BE, DC=EC$, 则不正确的结论是 ()
A. $\text{Rt}\triangle ACD$ 和 $\text{Rt}\triangle BCE$ 全等
B. $OA=OB$
C. E 是 AC 的中点
D. $AE=BD$
5. (2018 原创) 已知: 如图, $\triangle ABC \cong \triangle DFE$, 若 $\angle A=60^\circ, \angle E=90^\circ, DE=6$ cm, 则 $AB=$ _____ cm.



第 5 题图

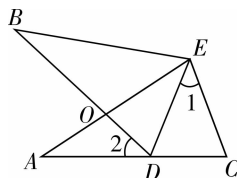
6. (2017 新疆建设兵团) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD, CB=CD$, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 下列结论中:
① $\angle ABC = \angle ADC$;
② AC 与 BD 相互平分;
③ AC, BD 分别平分四边形 $ABCD$ 的两组对角;
④ 四边形 $ABCD$ 的面积 $S = \frac{1}{2} AC \cdot BD$. 正确的是 _____ (填写所有正确结论的序号)



第 6 题图

7. (2017 苏州) 如图, $\angle A = \angle B, AE = BE$, 点 D 在 AC 边上, $\angle 1 = \angle 2, AE$ 和 BD 相交于点 O .
(1) 求证: $\triangle AEC \cong \triangle BED$;

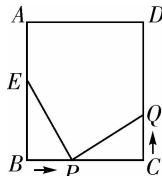
- (2) 若 $\angle 1 = 42^\circ$, 求 $\angle BDE$ 的度数.



第 7 题图

能力提升

8. (2018 原创) 如图, 已知长方形 $ABCD$ 的边长 $AB=20$ cm, $BC=16$ cm, 点 E 在边 AB 上, $AE=6$ cm, 如果点 P 从点 B 出发在线段 BC 上以 2 cm/s 的速度向点 C 向运动, 同时, 点 Q 在线段 CD 上从点 C 到点 D 运动. 则当 $\triangle BPE$ 与 $\triangle CQP$ 全等时, 时间 t 为 _____ s.
9. (2018 原创) 如图, 在等边 $\triangle ABC$ 中, 点 D 为 AC 上一点, $CD=CE, \angle ACE=60^\circ$.
(1) 求证: $\triangle BCD \cong \triangle ACE$;
(2) 延长 BD 交 AE 于 F , 连接 CF , 若 $AF=CF$, 猜想线段 BF, AF 的数量关系, 并证明你的猜想.



第 8 题图

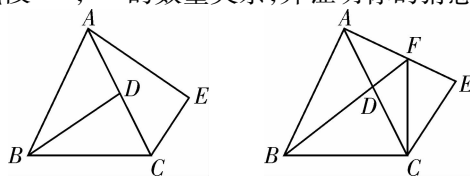


图 1

图 2

第 9 题图

第 17 讲 等腰三角形与直角三角形

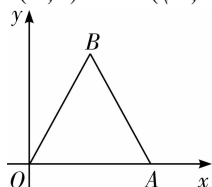
基础训练

1. (2017 包头) 若等腰三角形的周长为 10 cm, 其中一边长为 2 cm, 则该等腰三角形的底边长为 ()

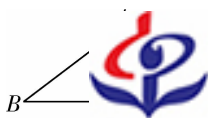
A. 2 cm B. 4 cm C. 6 cm D. 8 cm

2. (2017 南充) 如图, 等边 $\triangle OAB$ 的边长为 2, 则点 B 的坐标为 ()

A. (1, 1) B. $(\sqrt{3}, 1)$ C. $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$ D. $(1, \sqrt{3})$



第 2 题图



第 3 题图

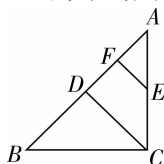
3. (2017 滨州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, D 为 BC 上一点, 且 $DA = DC$, $BD = BA$, 则 $\angle B$ 的大小为 ()

A. 40° B. 36° C. 30° D. 25°

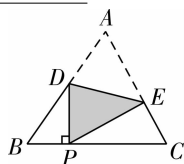
4. (2017 海南) 已知 $\triangle ABC$ 的三边长分别为 4, 4, 6, 在 $\triangle ABC$ 所在平面内画一条直线, 将 $\triangle ABC$ 分割成两个三角形, 使其中的一个为等腰三角形, 则这样的直线最多可画 () 条.

A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

5. (2017 镇江) 如图, $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 6$, 点 D 是 AB 的中点, 过 AC 的中点 E 作 $EF \parallel CD$ 交 AB 于点 F , 则 $EF =$ _____.



第 5 题图

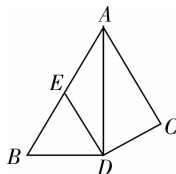


第 6 题图

6. (2017 扬州) 如图, 把等边 $\triangle ABC$ 沿着 DE 折叠, 使点 A 恰好落在 BC 边上的点 P 处, 且 $DP \perp BC$, 若 $BP = 4$ cm, 则 $EC =$ _____ cm.

7. (2017 九江模拟) 有一面积为 $5\sqrt{3}$ 的等腰三角形, 它的一个内角是 30° , 则以它的腰长为边的正方形的面积为 _____.

8. (2017 内江) 如图, AD 平分 $\angle BAC$, $AD \perp BD$, 垂足为点 D , $DE \parallel AC$. 求证: $\triangle BDE$ 是等腰三角形.

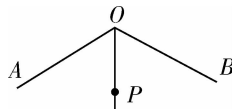


第 8 题图

能力提升

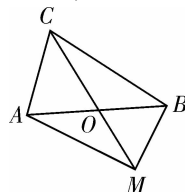
9. 如图, $\angle AOB = 120^\circ$, OP 平分 $\angle AOB$, 且 $OP = 2$. 若点 M, N 分别在 OA, OB 上, 且 $\triangle PMN$ 为等边三角形, 则满足上述条件的 $\triangle PMN$ 有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 3 个以上



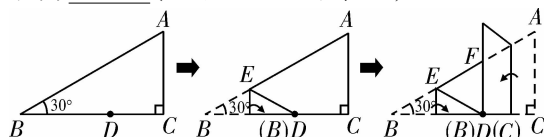
第 9 题图

10. (2017 龙东地区) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC = 8$, $AO = BO$, 点 M 是射线 CO 上的一个点, $\angle AOC = 60^\circ$, 则当 $\triangle AMO$ 为直角三角形时, AM 的长为 _____.



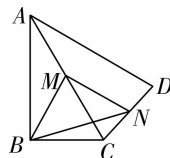
第 10 题图

11. (2017 南昌模拟) 在三角形纸片 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, 点 D (不与 B, C 重合) 是 BC 上任意一点. 将此三角形纸片按下列方式折叠. 若 EF 的长度为 a , 则 $\triangle DEF$ 的周长为 _____ (用含 a 的式子表示).



第 11 题图

12. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, $AC = AD$, M, N 分别为 AC, CD 的中点, 连接 BM, MN, BN . (1) 求证: $BM = MN$; (2) $\angle BAD = 60^\circ$, AC 平分 $\angle BAD$, $AC = 2$, 求 BN 的长.



第 12 题图

第 18 讲 解直角三角形及其应用

基础训练

1. (2018 原创) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 10$, $AC = 6$, 则 $\sin A$ 的值为 ()

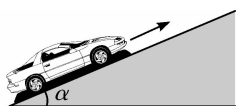
A. $\frac{5}{4}$ B. $\frac{4}{5}$ C. $\frac{5}{3}$ D. $\frac{3}{5}$

2. (2017 临川模拟) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\sin A = \frac{3}{4}$, $AB = 5$, 则边 AC 的长是 ()

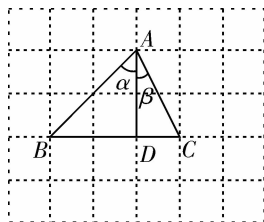
A. 3 B. 4 C. $\frac{15}{4}$ D. $5\sqrt{7}$

3. (2017 温州) 如图, 一辆小车沿倾角为 α 的斜坡向上行驶 13 米, 已知 $\cos \alpha = \frac{12}{13}$, 则小车上升的高度是 ()

A. 5 米 B. 6 米 C. 6.5 米 D. 12 米



第 3 题图



第 4 题图

4. (2017 宜昌) $\triangle ABC$ 在网格中的位置如图所示 (每个小正方形边长为 1), $AD \perp BC$ 于 D , 下列四个选项中, 错误的是 ()

A. $\sin \alpha = \cos \alpha$ B. $\tan C = 2$
C. $\sin \beta = \cos \beta$ D. $\tan \alpha = 1$

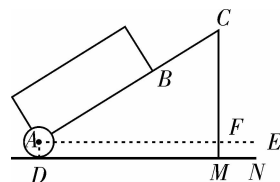
5. (2017 烟台) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AB = 2$, $BC = \sqrt{3}$, 则 $\sin \frac{A}{2} =$ _____.

6. 在锐角 $\triangle ABC$ 中, 若 $|\cos^2 A - \frac{1}{4}| + (\tan B - \sqrt{3})^2 = 0$, 则 $\angle C$ 的正切值是 _____.

7. (2017 江西样卷二) 一种拉杆式旅行箱的示意图如图所示, 箱体长 $AB = 50$ cm, 拉杆最大伸长距离 $BC = 35$ cm (点 A, B, C 在同一条直线上), 在箱体的底端装有一圆形滚轮 $\odot A$, $\odot A$ 与水平地面切于点 D , $AE \parallel DN$, 某一时刻, 点 B 距离水平面 38 cm, 点 C 距离水平面 59 cm.

- (1) 求圆形滚轮的半径 AD 的长;
(2) 当人的手自然下垂拉旅行箱时, 人感觉较为舒服, 已知某人的手自然下垂在点 C 处且拉杆达到最大延伸距离时, 点 C 距离水平地面 73.5 cm, 求此时拉杆箱与水平面 AE 所成角 $\angle CAE$ 的大小

(精确到 1° , 参考数据: $\sin 50^\circ \approx 0.77$, $\cos 50^\circ \approx 0.64$, $\tan 50^\circ \approx 1.19$).



第 7 题图

能力提升

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 12\sqrt{2}$, $AC = 13$, $\cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 BC 边长为 _____.

9. (2017 江西样卷一) 探索发现

(1) 数学课上, 老师出了一道题: 如图 1, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 22.5^\circ$, 请在图 1 中, 构造一个合适的等腰直角三角形, 求 $\tan 22.5^\circ$ 的值 (结果可带根号).

学以致用

(2) 如图 2, 厂房屋顶人字架 ($AB = BD$) 的跨度 10 米 (即 $AD = 10$ 米), $\angle A = 22.5^\circ$, BC 是中柱 (C 为 AD 的中点) 请运用 (1) 中的结论求中柱 BC 的长 (结果可带根号).

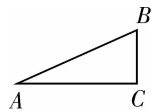


图 1

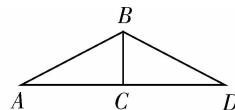


图 2

第 9 题图

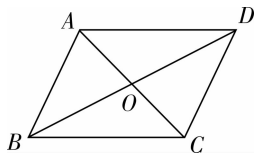
第19讲 多边形与平行四边形

基础训练

1. 已知一个正多边形的内角是 40° , 则这个正多边形的边数是 ()

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

2. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC 与 BD 相交于点 O , 不能判断四边形 $ABCD$ 是平行四边形的是 ()

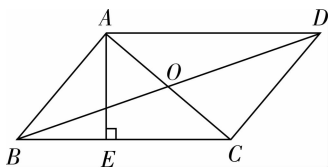


第2题图

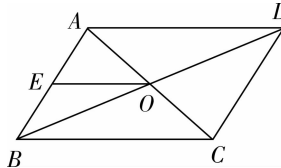
A. $AB \parallel DC, AD = BC$ B. $AB \parallel DC, OA = OC$
C. $AB = DC, AD = BC$ D. $OA = OC, OB = OD$

3. (2017 青岛) 如图, $\square ABCD$ 的对角线 AC 与 BD 相交于点 O , $AE \perp BC$, 垂足为 E , $AB = \sqrt{3}$, $AC = 2$, $BD = 4$, 则 AE 的长为 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$ D. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$



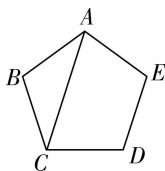
第3题图



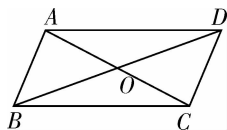
第4题图

4. (2017 怀化) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 点 E 是 AB 的中点, $OE = 5$ cm, 则 AD 的长为 _____ cm.

5. 如图, AC 是正五边形 $ABCDE$ 的一条对角线, 则 $\angle ACB =$ _____.



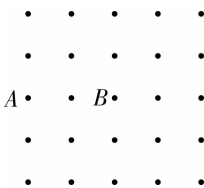
第5题图



第6题图

6. (2017 临沂) 在 $\square ABCD$ 中, 对角线 AC, BD 相交于点 O , 若 $AB = 4$, $BD = 10$, $\sin \angle BDC = \frac{3}{5}$, 则 $\square ABCD$ 的面积是 _____.

7. 如图, 由 25 个点构成一个正方形点阵, 横纵方向相邻的两点之间的距离都是 1 个单位, 以 A, B 为顶点, 再选择两个点构成一个面积为 2 的平行四边形, 这样的平行四边形共有 _____ 个.

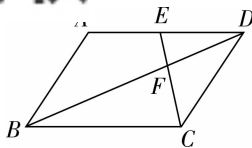


第7题图

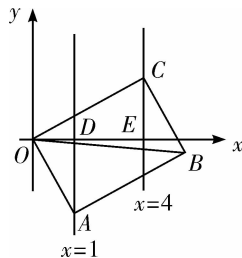
8. 已知平行四边形 $ABCD$ 的顶点 A 在第三象限, 对角线 AC 的中点在坐标原点, 一边 AB 与 x 轴平行且 $AB = 2$, 若点 A 的坐标为 (a, b) , 则点 D 的坐标为 _____.

能力提升

9. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 点 E 是边 AD 的中点, EC 交对角线 BD 于点 F , 若 $S_{\triangle DEC} = 3$, 则 $S_{\triangle BCF} =$ _____.



第9题图



第11题图

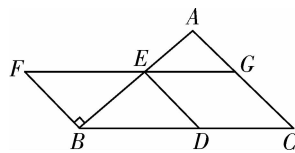
10. (2017 通辽) 在 $\square ABCD$ 中, AE 平分 $\angle BAD$ 交边 BC 于 E , DF 平分 $\angle ADC$ 交边 BC 于 F , 若 $AD = 11$, $EF = 5$, 则 $AB =$ _____.

11. 如图, 已知 $\square OABC$ 的顶点 A, C 分别在直线 $x = 1$ 和 $x = 4$ 上, O 是坐标原点, 则对角线 OB 长的最小值为 _____.

12. (2017 大庆) 如图, 以 BC 为底边的等腰 $\triangle ABC$, 点 D, E, G 分别在 BC, AB, AC 上, 且 $EG \parallel BC, DE \parallel AC$, 延长 GE 至点 F , 使得 $BE = BF$.

(1) 求证: 四边形 $BDEF$ 为平行四边形;

(2) 当 $\angle C = 45^\circ$, $BD = 2$ 时, 求 D, F 两点间的距离.



第12题图

第 20 讲 矩形与菱形

基础训练

1. 下列性质中,菱形具有而矩形不一定具有的是 ()

A. 对角线相等 B. 对角线互相平分
C. 对角线互相垂直 D. 邻边互相垂直

2. (2017 西宁) 如图,点 O 是矩形 $ABCD$ 的对角线 AC 的中点, $OM \parallel AB$ 交 AD 于点 M ,若 $OM = 3$, $BC = 10$,则 OB 的长为 ()

A. 5 B. 4 C. $\frac{\sqrt{34}}{2}$ D. $\sqrt{34}$

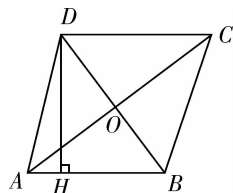
3. (2017 嘉兴) 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,已知点 $A(\sqrt{2}, 0)$, $B(1, 1)$. 若平移点 A 到点 C ,使以点 O, A, C, B 为顶点的四边形是菱形,则正确的平移方法是 ()

A. 向左平移 1 个单位,再向下平移 1 个单位
B. 向左平移 $(2\sqrt{2} - 1)$ 个单位,再向上平移 1 个单位
C. 向右平移 $\sqrt{2}$ 个单位,再向上平移 1 个单位
D. 向右平移 1 个单位,再向上平移 1 个单位

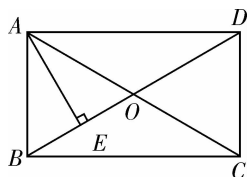
4. (2017 义乌) 在探索“尺规三等分角”这个数学名题的过程中,曾利用了如图. 该图中,四边形 $ABCD$ 是矩形, E 是 BA 延长线上一点, F 是 CE 上一点, $\angle ACF = \angle AFC$, $\angle FAE = \angle FEA$. 若 $\angle ACB = 21^\circ$,则 $\angle ECD$ 的度数是 ()

A. 7° B. 21° C. 23° D. 24°

5. 如图,四边形 $ABCD$ 是菱形,对角线 AC, BD 相交于 O , $AC = 8$, $DB = 6$, $DH \perp AB$ 于 H ,则 $DH =$ ____.



第 5 题图

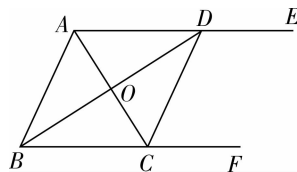


第 6 题图

6. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 3$,对角线 AC, BD 相交于点 O , AE 垂直平分 OB 于点 E ,则 AD 的长为 ____.

7. (2017 襄阳) 如图, $AE \parallel BF$, AC 平分 $\angle BAE$,且交 BF 于点 C , BD 平分 $\angle ABF$,且交 AE 于点 D ,连接 CD .

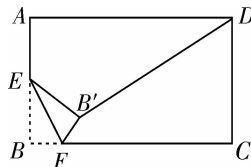
(1) 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形;
(2) 若 $\angle ADB = 30^\circ$, $BD = 6$,求 AD 的长.



第 7 题图

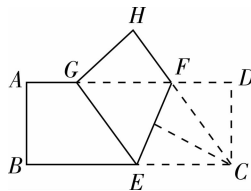
能力提升

8. (2017 临川一中模拟) 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 6$, E 是 AB 边的中点, F 是线段 BC 边上的动点,将 $\triangle EBF$ 沿 EF 所在直线折叠得到 $\triangle EB'F$,连接 $B'D$,则 $B'D$ 取最小值时 BF 的长为 ____.



第 8 题图

9. 如图,将矩形纸片 $ABCD$ ($AD > AB$) 折叠,使点 C 刚好落在线段 AD 上,且折痕分别与边 BC, AD 相交,设折叠后点 C, D 的对应点分别为点 G, H ,折痕分别与边 BC, AD 相交于点 E, F .
- (1) 判断四边形 $CEGF$ 的形状,并证明你的结论;
(2) 若 $AB = 3$, $BC = 9$,求线段 CE 的取值范围.

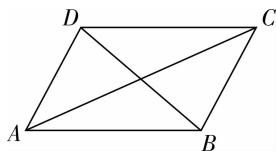


第 9 题图

第 21 讲 正方形与特殊四边形的综合

基础训练

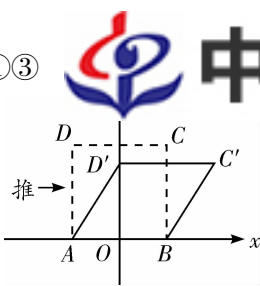
1. 小明在学习了正方形之后,给同桌小文出了道题,从下列四个条件:
① $AB = BC$, ② $\angle ABC = 90^\circ$, ③ $AC = BD$, ④ $AC \perp BD$ 中选两个作为补充条件,使 $\square ABCD$ 成为正方形(如图)现有下列四种选法,你认为其中错误的是



第 1 题图

- A. ①② B. ②③ C. ①③

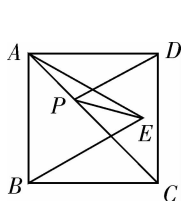
2. (2017 河南) 我们知道: 四边形具有不稳定性. 如图, 在平面直角坐标系中, 边长为 2 的正方形 $ABCD$ 的边 AB 在 x 轴上, AB 的中点是坐标原点 O , 固定点 A, B , 把正方形沿箭头方向推, 使点 D 落在 y 轴正半轴上点 D' 处, 则点 C 的对应点 C' 的坐标为 ()



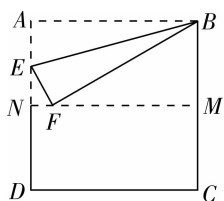
第 2 题图

- A. $(\sqrt{3}, 1)$ B. $(2, 1)$
C. $(1, \sqrt{3})$ D. $(2, \sqrt{3})$

3. 如图, 正方形 $ABCD$ 的面积为 12, $\triangle ABE$ 是等边三角形, 点 E 在正方形 $ABCD$ 内, 在对角线 AC 上有一点 P , 使 $PD + PE$ 最小, 则这个最小值为 ()

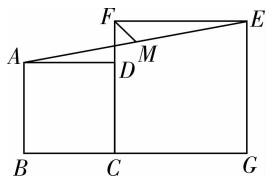


第 3 题图



第 4 题图

4. 如图, 把正方形纸片 $ABCD$ 沿对边中点所在的直线对折后展开, 折痕为 MN , 再过点 B 折叠纸片, 使点 A 落在 MN 上的点 F 处, 折痕为 BE . 若 AB 的长为 2, 则 FM 的长为 _____.

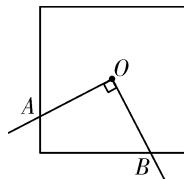


第 5 题图

5. 如图, 正方形 $ABCD$ 和正方形 $CGEF$ 的边长分别是 3 和 5, 且点 B, C, G 在同一直线上, M 是线段 AE 的中点, 连接 MF , 则 MF 的长为 _____.

能力提升

6. (2017 赣州调研考试) 如图, 过边长为 1 的正方形的中心 O 引两条相互垂直的射线, 分别与正方形的两边交于 A, B 两点, 则线段 AB 长的取值范围是 _____.



第 6 题图

7. (2017 义乌) 定义: 有一组邻边相等, 并且它们的夹角为直角的凸四边形叫做等腰直角四边形.

例 1, 等腰直角四边形 $ABCD$, $AB = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$,

①若 $AB = CD = 1$, $AB \parallel CD$, 求对角线 BD 的长.

②若 $AC \perp BD$, 求证: $AD = CD$;

(2) 如图 2, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 5$, $BC = 9$, 点 P 是对角线 BD 上一点, 且 $BP = 2PD$, 过点 P 作直线分别交边 AD, BC 于点 E, F , 使四边形 $ABFE$ 是等腰直角四边形, 求 AE 的长.

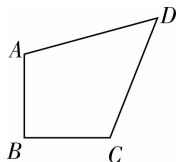


图 1

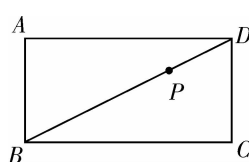


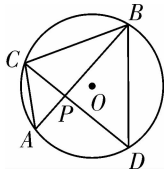
图 2

第 7 题图

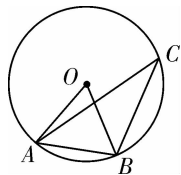
第 22 讲 圆及其相关性质

基础训练

1. (2017 哈尔滨) 如图, $\odot O$ 中, 弦 AB, CD 相交于点 P , $\angle A = 42^\circ$, $\angle APD = 77^\circ$, 则 $\angle B$ 的大小是 ()
A. 43° B. 35° C. 34° D. 44°

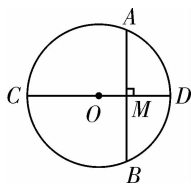


第 1 题图

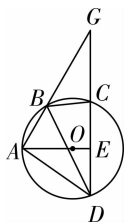


第 2 题图

2. (2017 衡阳) 如图, 点 A, B, C 都在弦 AB 所对的优弧上, 如果 $\angle ACB$ 的度数是 ()
A. 26° B. 30° C. 32° D. 64°
3. (2017 呼和浩特) 如图, CD 为 $\odot O$ 的直径, 弦 $AB \perp CD$, 垂足为 M , 若 $AB = 12$, $OM : MD = 5 : 8$, 则 $\odot O$ 的周长为是 ()



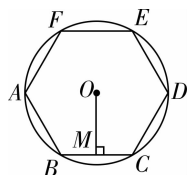
第 3 题图



第 4 题图

4. (2017 潍坊) 如图, 四边形 $ABCD$ 为 $\odot O$ 的内接四边形. 延长 AB 与 DC 相交于点 G , $AO \perp CD$, 垂足为 E , 连接 BD , $\angle GBC = 50^\circ$, 则 $\angle DBC$ 的度数为 ()
A. 50° B. 60° C. 80° D. 90°

5. (2017 贵阳) 如图, 正六边形 $ABCDEF$ 内接于 $\odot O$, $\odot O$ 的半径为 6, 则这个正六边形的边心距 OM 的长为_____.

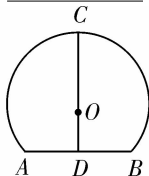


第 5 题图

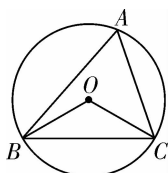
6. 如图, 圆弧形石拱桥的桥顶到水面的距离 CD 为 6 m, 桥拱半径 OC 为 4 m, 则水面宽 AB 为_____.



第 6 题图



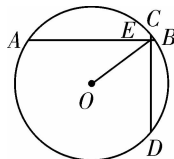
7. 如图, $\odot O$ 的半径为 4, $\triangle ABC$ 是 $\odot O$ 的内接三角形, 连接 OB, OC , 若 $\angle BAC$ 和 $\angle BOC$ 互补, 则弦 BC 的长度为_____.



第 7 题图

能力提升

8. (2017 江西押题卷) 如图, 在半径为 6 的 $\odot O$ 内有两条互相垂直的弦 AB 和 CD , $AB = 8$, $CD = 6$, 垂足为 E . 则 $\tan \angle OEA$ 的值是 ()



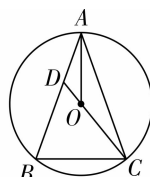
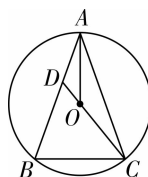
第 8 题图

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
C. $\frac{\sqrt{15}}{6}$ D. $\frac{2\sqrt{15}}{9}$

9. (2017 武汉) 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, $AB = AC$, 长线交 AB 于点 D .

(1) 求证: AO 平分 $\angle BAC$;

- (2) 若 $BC = 6$, $\sin \angle BAC = \frac{3}{5}$, 求 AC 和 CD 的长.



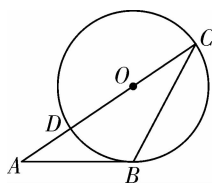
备用图

第 9 题图

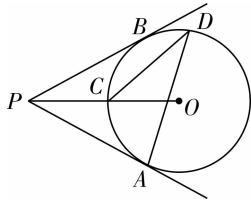
第 23 讲 与圆有关的位置关系

基础训练

- 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 3\text{ cm}$, $AC = 4\text{ cm}$, 以点 C 为圆心, 以 2.5 cm 为半径画圆, 则 $\odot C$ 与直线 AB 的位置关系是 ()
A. 相交 B. 相切 C. 相离 D. 不能确定
- $\odot O$ 的半径为 4, 圆心到点 P 的距离为 d , 且 d 是方程 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 的根, 则点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是 ()
A. 点 P 在 $\odot O$ 内部 B. 点 P 在 $\odot O$ 上
C. 点 P 在 $\odot O$ 外部 D. 点 P 不在 $\odot O$ 上
- 如图, $\triangle ABC$ 的边 AC 与 $\odot O$ 相交经过圆心 O , 边 AB 与 $\odot O$ 相切, 切点为 B . 如果 $\angle A = 34^\circ$, 那么 $\angle C$ 等于 ()
A. 28° B. 33° C. 34° D. 56°

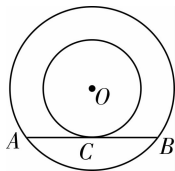


第 3 题图



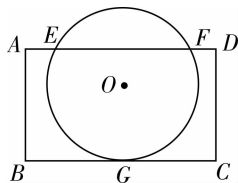
第 4 题图

- 如图, 过 $\odot O$ 外一点 P 引 $\odot O$ 的两条切线 PA , PB , 切点分别是 A, B , OP 交 $\odot O$ 于点 C , 点 D 是 $\widehat{ABC}$ 上不与点 A , 点 C 重合的一个动点, 连接 AD , CD , 若 $\angle APB = 80^\circ$, 则 $\angle ADC$ 的度数是 ()
A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°
- (2017 高安一模) 如图, 以 O 为圆心的两个同心圆中, 大圆的弦 AB 与小圆相切于点 C , 若大圆半径为 10 cm , 小圆半径为 6 cm , 则弦 AB 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}\text{ cm}$.

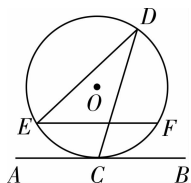


第 5 题图

- 如图, $\odot O$ 与矩形 $ABCD$ 的边 BC 相切于点 G , 与 AD 相交于点 E, F , 若 $EF = CD = 4$, 则 $\odot O$ 的半径为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



第 6 题图

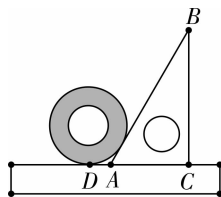


第 7 题图

- 如图, 直线 AB 与半径为 2 的 $\odot O$ 相切于点 C , D 是 $\odot O$ 上一点, 且 $\angle EDC = 30^\circ$, 弦 $EF \parallel AB$, 则 EF 的长度为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

能力提升

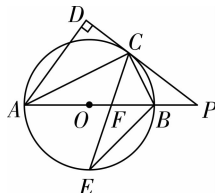
- (2017 济南) 把直尺、三角尺和圆形螺母按如图所示放置于桌面上, $\angle CAB = 60^\circ$, 若量出 $AD = 6\text{ cm}$, 则圆形螺母的外直径是 ()
A. 12 cm B. 24 cm
C. $6\sqrt{3}\text{ cm}$ D. $12\sqrt{3}\text{ cm}$



第 8 题图

- (西样卷四) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 C 是 $\odot O$ 上一点, AD 和过点 C 的切线互相垂直, 垂足为 D , 直线 DC 与 AB 的延长线相交于点 P . 弦 CE 平分 $\angle ACB$, 交直径 AB 于点 F , 连接 BE .

- (1) 求证: AC 平分 $\angle DAB$;
- (2) 探究线段 PC, PF 之间的大小关系? 并加以证明;
- (3) 若 $\tan \angle PCB = \frac{3}{4}$, $BE = 5\sqrt{2}$, 求 PF 的长.

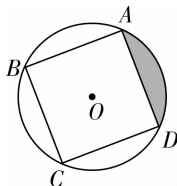


第 9 题图

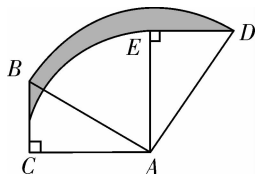
第 24 讲 与圆有关的计算

基础训练

- (2017 仙桃) 一个扇形的弧长是 10π cm, 面积是 60π cm², 则此扇形的圆心角的度数是 ()
A. 300° B. 150° C. 120° D. 75°
- (2017 宿迁) 若将半径为 12 cm 的半圆形纸片围成一个圆锥的侧面, 则这个圆锥的底面圆半径是 ()
A. 2 cm B. 3 cm C. 4 cm D. 6 cm
- (2017 兰州) 如图, 正方形 $ABCD$ 的 $\odot O$, 则图中阴影部分的面积为 ()
A. $\pi + 1$ B. $\pi + 2$ C. $\pi - 1$ D. $\pi - 2$

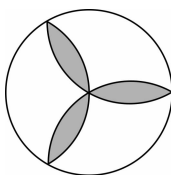


第 3 题图



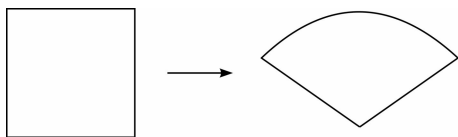
第 4 题图

- (2017 莱芜) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BCA = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $BC = 2$, 将 $\text{Rt}\triangle ABC$ 绕 A 点顺时针旋转 90° 得到 $\text{Rt}\triangle ADE$, 则 BC 扫过的面积为 ()
A. $\frac{\pi}{2}$ B. $(2 - \sqrt{3})\pi$ C. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}\pi$ D. π



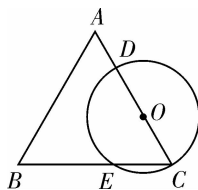
第 5 题图

- (2017 宜春模拟) 如图, 某数学兴趣小组将周长为 12 的正方形铁丝框变形为一个扇形框, 则所得扇形的面积的最大值为 ____.



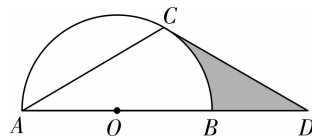
第 6 题图

- 如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形, 点 O 在边 AC 上 (不与 A, C 重合), 以点 O 为圆心, 以 OC 为半径的圆分别与 AC, BC 相交于点 D, E , 若 $OC = 1$, 则 $\widehat{DE}$ 的长是 _____. (结果保留 π)



第 7 题图

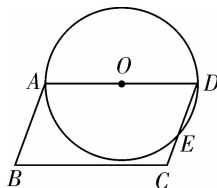
- 如图, 点 D 在 $\odot O$ 的直径 AB 的延长线上, 点 C 在 $\odot O$ 上, $AC = CD$, $\angle ACD = 120^\circ$.
(1) 求证: CD 是 $\odot O$ 的切线;
(2) 若 $\odot O$ 的半径为 2, 求图中阴影部分的面积.



第 8 题图

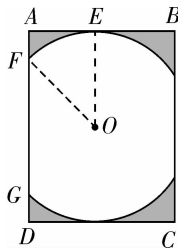
能力提升

- (2017 烟台) 如图, $\square ABCD$ 中, $\angle B = 70^\circ$, $BC = 6$, 以 AD 为直径的 $\odot O$ 交 CD 于点 E , 则 $\widehat{DE}$ 的长为 ()
A. $\frac{1}{3}\pi$ B. $\frac{2}{3}\pi$ C. $\frac{7}{6}\pi$ D. $\frac{4}{3}\pi$



第 9 题图

- (2017 德州) 某景区修建一栋复古建筑, 其窗户设计如图所示. 圆 O 的圆心与矩形 $ABCD$ 对角线的交点重合, 且圆与矩形上下两边相切 (E 为上切点), 与左右两边相交 (F, G 为其中两个交点), 图中阴影部分为不透光区域, 其余部分为透光区域. 已知圆的半径为 1 m, 根据设计要求, 若 $\angle EOF = 45^\circ$, 则此窗户的透光率 (透光区域与矩形窗面的面积的比值) 为 ____.

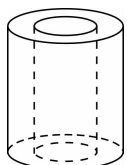


第 10 题图

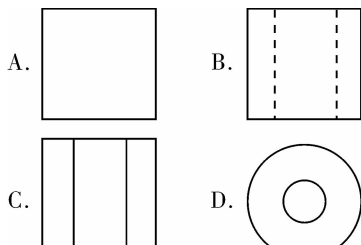
第25讲 视图与投影

基础训练

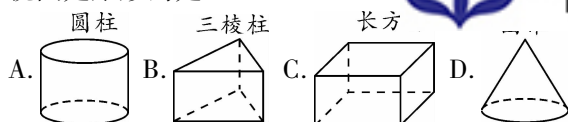
1. (2017 贵港) 如图是一个空心圆柱体, 它的左视图是 ()



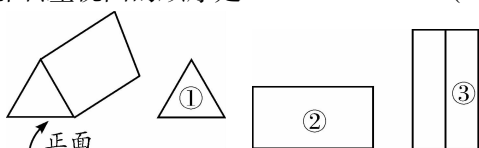
第1题图



2. (2017 江西样卷二) 下列水平放置视图是矩形的是



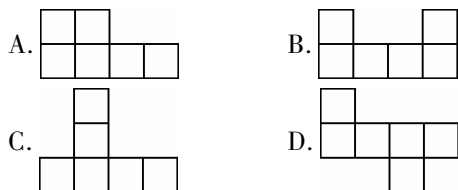
3. (2017 百色) 如图所示的正三棱柱, 它的主视图、俯视图、左视图的顺序是 ()



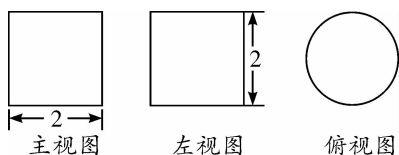
第3题图

- A. ①②③ B. ②①③ C. ③①② D. ①③②

4. (2017 长春) 下列图形中, 可以是正方体表面展开图的是 ()



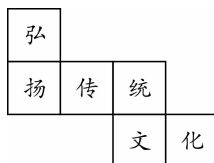
5. 如图是某几何体的三视图, 下列判断正确的是 ()



第5题图

- A. 几何体是圆柱体, 高为2
B. 几何体是圆锥体, 高为2
C. 几何体是圆柱体, 半径为2
D. 几何体是圆锥体, 半径为2

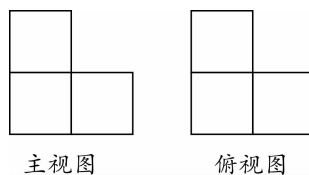
6. (2017 天门) 如图是一个正方体的展开图, 把展开图折叠成正方体后, 有“弘”字一面的相对面上的字是 ()



第6题图

- A. 传 B. 统 C. 文 D. 化
7. (2017 毕节) 一个几何体是由一些大小相同的小立方块摆成的, 其主视图和俯

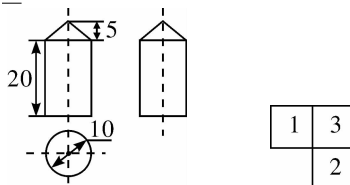
视图如图所示, 则组成这个几何体的小立方块最少有 ()



第7题图

- A. 3个 B. 4个 C. 5个 D. 6个

8. (2017 呼和浩特) 如图是某几何体的三视图, 根据图中数据, 求得该几何体的表面积为 _____

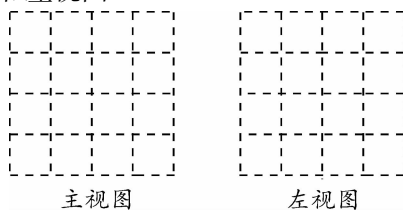


第8题图

9题图

9. 由几个相同的边长为1的小立方块搭成的几何体的俯视图如图所示. 方格中的数字表示该位置的小立方块的个数.

(1) 请在下方方格纸中分别画出这个几何体的主视图和左视图.



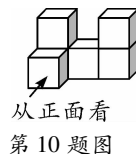
主视图

左视图

(2) 根据三视图, 请你求出这个组合几何体的表面积 (包括底面积) 是 _____.

能力提升

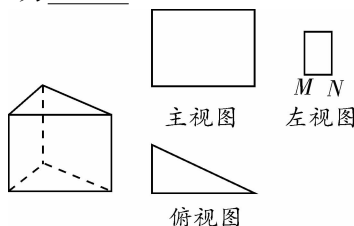
10. (2017 连云港) 由6个大小相同的正方体搭成的几何体如图所示, 比较它的正视图, 左视图和俯视图的面积, 则 ()



从正面看
第10题图

- A. 三个视图的面积一样大
B. 主视图的面积最小
C. 左视图的面积最小
D. 俯视图的面积最小

11. 一个三棱柱的三视图如图所示, 已知主视图、左视图、俯视图的面积分别为12, 4, 3, 则左视图中MN的长为 _____.

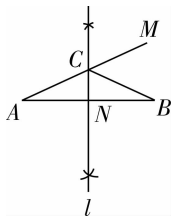


第11题图

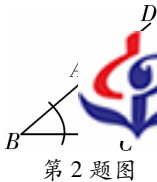
第 26 讲 尺规作图

基础训练

1. (2017 深圳) 如图, 已知线段 AB , 分别以 A, B 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}AB$ 为半径作弧, 连接弧的交点得到直线 l , 在直线 l 上取一点 C , 使得 $\angle CAB = 25^\circ$, 延长 AC 至 M , 求 $\angle BCM$ 的度数为 ()
- A. 40° B. 50° C. 60° D. 70°



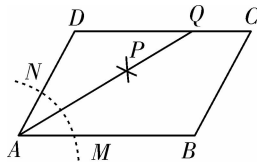
第 1 题图



第 2 题图

2. (2017 广西四市) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, $\angle CAD$ 为 $\triangle ABC$ 的外角, 观察图中尺规作图的痕迹, 则下列结论错误的是 ()
- A. $\angle DAE = \angle B$ B. $\angle EAC = \angle C$
C. $AE \parallel BC$ D. $\angle DAE = \angle EAC$

3. (2017 成都) 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, 按以下步骤作图: ①以 A 为圆心, 任意长为半径作弧, 分别交 AB, AD 于点 M, N ; ②分别以 M, N 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧,



第 3 题图

两弧相交于点 P ; ③作 AP 射线, 交边 CD 于点 Q , 若 $DQ = 2QC, BC = 3$, 则平行四边形 $ABCD$ 周长为_____.

4. 如图, 菱形 $ABCD$ 中, $AE \perp BC$, 垂足为 E , 按要求在图中仅用无刻度的直尺画图.
- (1) 在图 1 中, 画出线段 AC 的中点 M ;
- (2) 在图 2 中, 过 C 点作出 AD 边上的高 CN .

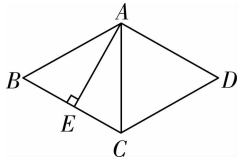


图 1

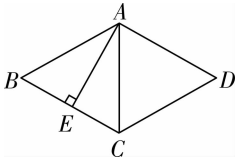


图 2

第 4 题图

能力提升

5. 如图, 四边形 $ABCD$ 为矩形, 某圆经过 A, B 两点, 请你仅用无刻度的直尺画出符合要求的图形. (保留痕迹, 不写画法)
- (1) 在图 1 中画出该圆的圆心 O ;
- (2) 在图 2 中画出线段 CD 的垂直平分线.

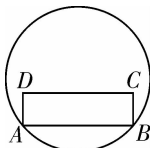


图 1

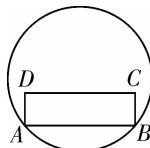
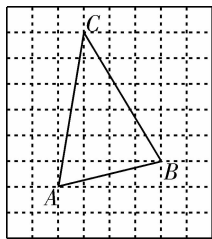


图 2

第 5 题图

6. (2017 天津) 如图, 在每个小正方形的边长为 1 的网格中, 点 A, B, C 均在格点上.

- (1) AB 的长等于_____.
- (2) 在 $\triangle ABC$ 的内部有一点 P , 满足 $S_{\triangle PAB} : S_{\triangle PBC} : S_{\triangle PCA} = 1 : 2 : 3$, 请在如图所示的网格中, 用无刻度的直尺, 画出点 P , 并简要说明点 P 的位置是如何找到的 (不要求证明) _____

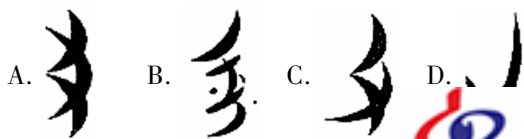


第 6 题图

第 27 讲 图形的对称与平移

基础训练

1. (2017 永州) 江永女书诞生于宋朝, 是世界上唯一一种女性文字, 主要书写在精制布面、扇面、布帕等物品上, 是一种独特而神奇的文化现象. 下列四个文字依次为某女书传人书写的“女书文化”四个字, 基本是轴对称图形的是 ()

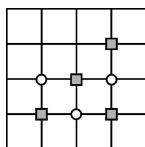


2. (2017 江西样卷一) 下面的图形中, 形又是中心对称图形的是 ()

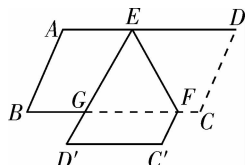


3. (2017 潍坊) 小莹和小博士下棋, 小莹执圆子, 小博士执方子. 如图, 棋盘中心方子的位置用 $(-1, 0)$ 表示, 右下角方子的位置用 $(0, -1)$ 表示. 小莹将第 4 枚圆子放入棋盘后, 所有棋子构成一个轴对称图形. 他放的位置是 ()

- A. $(-2, 1)$ B. $(-1, 1)$
C. $(1, -2)$ D. $(-1, -2)$



第 3 题图



第 5 题图

4. (2017 大连) 在平面直角坐标系 xOy 中, 线段 AB 的两个端点坐标分别为 $A(-1, -1)$, $B(1, 2)$, 平移线段 AB , 得到线段 $A'B'$, 已知 A' 的坐标为 $(3, -1)$, 则点 B' 的坐标为 ()

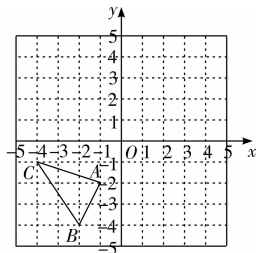
- A. $(4, 2)$ B. $(5, 2)$ C. $(6, 2)$ D. $(5, 3)$

5. (2017 广州改编) 如图, E, F 分别是 $\square ABCD$ 的边 AD, BC 上的点, $EF = 6$, $\angle DEF = 60^\circ$, 将四边形 $EFCD$ 沿 EF 翻折, 得到 $EFC'D'$, ED' 交 BC 于点 G , 则 $\triangle GEF$ 的周长为 _____.

6. (2017 广西四市) 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 的三个顶点分别为 $A(-1, -2)$, $B(-2, -4)$, $C(-4, -1)$.

(1) 把 $\triangle ABC$ 向上平移 3 个单位后得到 $\triangle A_1B_1C_1$, 请画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 并写出点 B_1 的坐标;

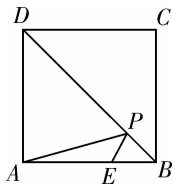
- (2) 已知点 A 与点 $A_2(2, 1)$ 关于直线 l 成轴对称, 请画出直线 l 及 $\triangle ABC$ 关于直线 l 对称的 $\triangle A_2B_2C_2$, 并直接写出直线 l 的函数解析式.



第 6 题图

能力提升

7. (2017 宿迁) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 3, 点 E 在边 AB 上, 且 $BE = 1$, 若点 P 在对角线 BD 上移动, 则 $PA + PE$ 的最小值是 _____.



第 7 题图

8. (2017 济宁) 实验探究:

(1) 如图 1, 对折矩形纸片 $ABCD$, 使 AD 与 BC 重合, 得到折痕 EF , 把纸片展开; 再一次折叠纸片, 使点 A 落在 EF 上, 并使折痕经过点 B , 得到折痕 BM , 同时得到线段 BN, MN . 请你观察图 1, 猜想 $\angle MBN$ 的度数是多少, 并证明你的结论.

(2) 将图 1 中的三角形纸片 BMN 剪下, 如图 2. 折叠该纸片, 探究 MN 与 BM 的数量关系. 写出折叠方案, 并结合方案证明你的结论.

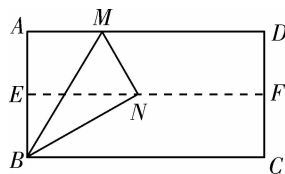


图 1

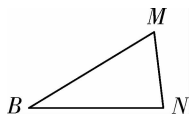


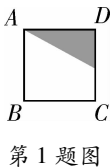
图 2

第 8 题图

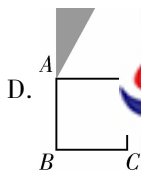
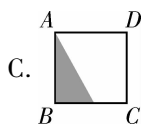
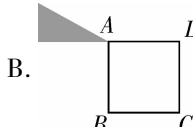
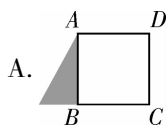
第 28 讲 图形的旋转

基础训练

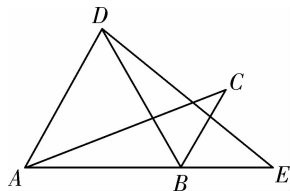
1. (2017 广州) 如图, 将正方形 $ABCD$ 中的阴影三角形绕点 A 顺时针旋转 90° 后, 得到的图形为 ()



第 1 题图

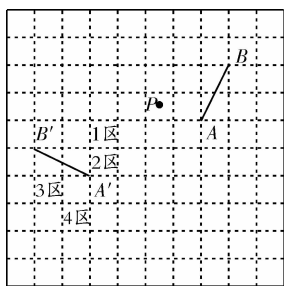


2. (2017 天津) 如图, 将 $\triangle ABC$ 绕点 B 顺时针旋转 60° 得 $\triangle DBE$, 点 C 的对应点 E 恰好落在 AB 的延长线上, 连接 AD . 下列结论一定正确的是 ()



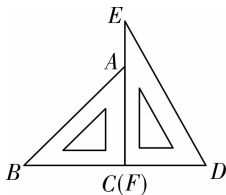
第 2 题图

3. (2017 福建) 如图, 网格纸上正方形小格的边长为 1. 图中线段 AB 和点 P 绕着同一个点做相同的旋转, 分别得到线段 $A'B'$ 和点 P' , 则点 P' 所在的单位正方形区域是 ()



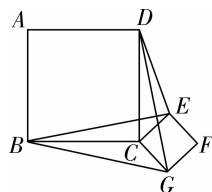
第 3 题图

4. (2017 上海) 一副三角尺按如图的位置摆放 (顶点 C 与 F 重合, 边 CA 与边 FE 叠合, 顶点 B, C, D 在一条直线上). 将三角尺 DEF 绕着点 F 按顺时针方向旋转 n° 后 ($0 < n < 180$), 如果 $EF \parallel AB$, 那么 n 的值是 _____.



第 4 题图

5. (2017 南充) 如图, 正方形 $ABCD$ 和正方形 $CEFG$ 边长分别为 a 和 b , 正方形 $CEFG$ 绕点 C 旋转, 给出下列结论: ① $BE = DG$; ② $BE \perp DG$; ③ $DE^2 + BG^2 = 2a^2 + 2b^2$, 其中正确结论是 _____ (填序号).



第 5 题图

能力提升

6. (2017 自贡) 如图 1, 在平面直角坐标系, O 为坐标原点, 点 $A(-1, 0)$, 点 $B(0, \sqrt{3})$. $\angle BAO$ 的度数;

(2) 如图 1, 将 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转得 $\triangle A'OB'$, 当 A' 恰好落在 AB 边上时, 设 $\triangle AB'O$ 的面积为 S_1 , $\triangle BA'O$ 的面积为 S_2 , S_1 与 S_2 有何关系? 为什么?

(3) 若将 $\triangle AOB$ 绕点 O 顺时针旋转到如图 2 所示的位置, S_1 与 S_2 的关系发生变化了吗? 证明你的判断.

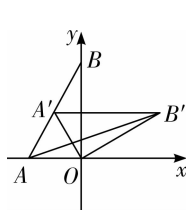


图 1

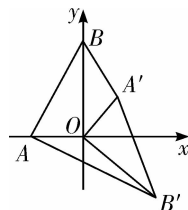


图 2

第 6 题图

第29讲 图形的相似(含位似)

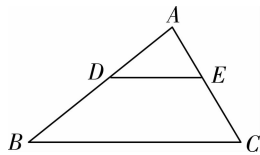
基础训练

1. 如图, $DE \parallel BC$, 在下列比例式中, 不能成立的是

()

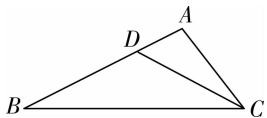
A. $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$ B. $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{EC}$

C. $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ D. $\frac{DB}{EC} = \frac{AB}{AC}$

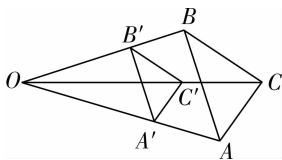


第1题图

2. (2017 永州) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 点 D 是 AB 边上的一点, 若 $\angle ACD = \angle B$, $AD = 1$, $\triangle ABC$ 的面积为 1, 则 $\triangle BCD$ 的面积为
- A. 1 B. 2 C. 3

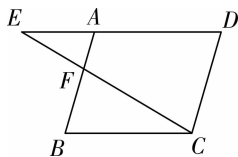


第2题图

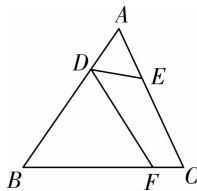


第3题图

3. (2017 绥化) 如图, $\triangle A'B'C'$ 是 $\triangle ABC$ 以点 O 为位似中心经过位似变换得到的, 若 $\triangle A'B'C'$ 的面积与 $\triangle ABC$ 的面积比是 4:9, 则 $OB':OB$ 为 ()
- A. 2:3 B. 3:2 C. 4:5 D. 4:9
4. 如图, 点 F 在平行四边形 $ABCD$ 的边 AB 上, 射线 CF 交 DA 的延长线于点 E , 在不添加辅助线的情况下, 与 $\triangle AEF$ 相似的三角形有 ()
- A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个



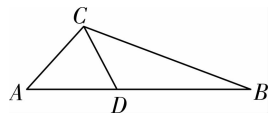
第4题图



第5题图

5. (2017 潍坊) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB \neq AC$. D, E 分别为边 AB, AC 上的点. $AC = 3AD, AB = 3AE$, 点 F 为 BC 边上一点, 添加一个条件: _____, 可以使得 $\triangle FDB$ 与 $\triangle ADE$ 相似. (只需写出一个)

6. (2017 齐齐哈尔) 经过三边都不相等的三角形的一个顶点的线段把三角形分成两个小三角形, 如果其中一个



第6题图

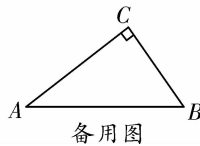
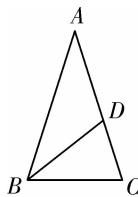
是等腰三角形, 另外一个三角形和原三角形相似, 那么把这条线段定义为原三角形的“和谐分割线”. 如图, 线段 CD 是 $\triangle ABC$ 的“和谐分割线”, $\triangle ACD$ 为等腰三角形, $\triangle CBD$ 和 $\triangle ABC$ 相似, $\angle A = 46^\circ$, 则 $\angle ACB$ 的度数为 _____.

7. (2017 滨州) 在平面直角坐标系中, 点 C, D 的坐标分别为 $C(2, 3), D(1, 0)$, 现以原点为位似中心, 将线段 CD 放大得到线段 AB . 若点 D 的对应点 B 在 x 轴上且 $OB = 2$, 则点 C 的对应点 A 的坐标为 _____.

能力提升

8. (2017 南通) 我们知道, 三角形的内心是三条角平分线的交点, 过三角形内心的一条直线与两边相交, 两交点之间的线段把这个三角形分成两个图形, 一个图形与原三角形相似, 则把这条线段称为三角形的“内似线”.

- (1) 等边三角形“内似线”的条数为 _____;
- (2) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, 点 D 在 AC 上, 且 $BD = BC = AD$, 求证: BD 是 $\triangle ABC$ 的“内似线”;
- (3) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ, AC = 4, BC = 3, E, F$ 分别在边 AC, BC 上, 且 EF 是 $\triangle ABC$ 的“内似线”, 求 EF 的长.



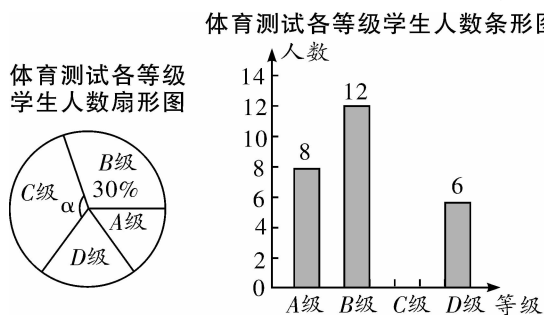
第8题图

第 30 讲 数据的收集、整理与描述

基础训练

- (2017 怀化) 下列说法中, 正确的是 ()
 A. 要了解某大洋的海水污染质量情况, 宜采用全面调查方式
 B. 如果有一组数据为 5, 3, 6, 4, 2, 那么它的中位数是 6
 C. 为了解怀化市 6 月 15 日到 19 日的气温变化情况, 应制作折线统计图
 D. “打开电视, 正在播放怀化新闻节目”是必然事件

- (2017 泰安) 为了解中考体育科目测试(把测试结果分为 A, B, C, D 四个等级), 并将测试结果绘制成了如图所示的两幅不完整统计图, 根据统计图中提供的信息, 结论错误的是 ()

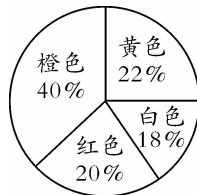


第 2 题图

- 本次抽样测试的学生人数是 40
 - 在图 1 中, α 的度数是 126°
 - 该校九年级有学生 500 名, 估计 D 级的人数为 80
 - 从被测学生中随机抽取一位, 则这位学生的成绩是 A 级的概率为 0.2
- (2017 毕节) 为估计鱼塘中的鱼的数量, 可以先从鱼塘中随机打捞 50 条鱼, 在每条鱼身上做上记号后, 把这些鱼放归鱼塘, 经过一段时间, 等这些鱼完全混合于鱼群后, 再从鱼塘中随机打捞 50 条鱼, 只有 2 条鱼是前面做好记号的, 那么可以估计这个鱼塘鱼的数量约为 ()
 A. 1 250 条 B. 1 750 条 C. 2 500 条 D. 5 000 条
 - 一次数学测试后, 某班 40 名学生的成绩被分为 5 组, 第 1~4 组的频数分别为 12, 10, 6, 8, 则第五组的频率是 ()
 A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4
 - (2017 广西四市) 红树林中学共有学生 1 600 人, 为了解学生最喜欢的课外体育运动项目的情况, 学

校随机抽查了 200 名学生, 其中有 85 名学生表示最喜欢的项目是跳绳, 则可估计该校学生中最喜欢的课外体育运动项目为跳绳的学生有 _____ 人.

- “万人马拉松”活动组委会计划制作运动衫分发给参与者, 为此, 调查了部分参与者, 以决定制作橙色、黄色、白色、红色四种颜色运动衫的数量. 根据得到的调查数据, 绘制成如图所



第 6 题图

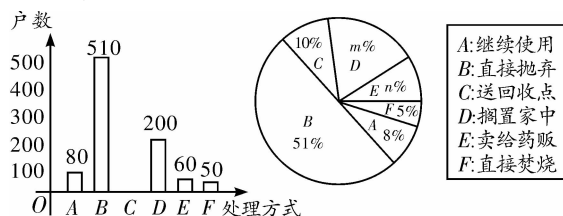
- 统计图. 若本次活动共有 12 000 名参与者, 其中选择红色运动衫的约有 _____ 名.

- (2017 台州) 家庭过期药品属于“国家危险废物”, 处理不当将污染环境, 危害健康. 某市药监部门为了解市民家庭处理过期药品的方式, 决定对全市家庭作一次简单随机抽样调查.

- 下列选取样本的方法最合理的一种是 _____ . (只需填上正确答案的序号)

- ①在市中心某个居民区以家庭为单位随机抽取;
- ②在全市医务工作者中以家庭为单位随机抽取;
- ③在全市常住人口中以家庭为单位随机抽取.

- 本次抽样调查发现, 接受调查的家庭都有过期药品, 现将有关数据呈现如图:

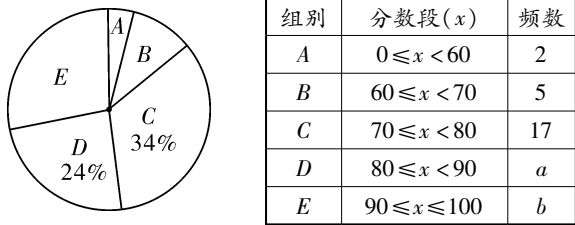


第 7 题图

- $m = \underline{\hspace{2cm}}, n = \underline{\hspace{2cm}};$
- 补全条形统计图;
- 根据调查数据, 你认为该市民家庭处理过期药品最常见的方式是什么?
- 家庭过期药品的正确处理方式是送回收点, 若该市有 180 万户家庭, 请估计大约有多少户家庭处理过期药品的方式是送回收点.

能力提升

8. (2017 临川一模) 某市第三中学组织学生参加生命安全知识网络测试. 小明对九年级(2)班全体学生的测试成绩进行统计, 并绘制了如图不完整的频数分布表和扇形统计图.



第 8 题图

根据图表中的信息解答下列问题

- (1) 求九年级(2)班学生的人数;
- (2) 写出频数分布表中 a, b 的值;
- (3) 已知该市共有 80 000 名中学生参加这次安全知识测试, 若规定 80 分以上(含 80 分)为优秀, 估计该市本次测试成绩达到优秀的人数;
- (4) 小明通过该市教育网站搜索发现, 全市参加本次测试的中学生中, 成绩达到优秀有 56 320 人. 请你用所学统计知识简要说明实际优秀人数与估计人数出现较大偏差的原因.

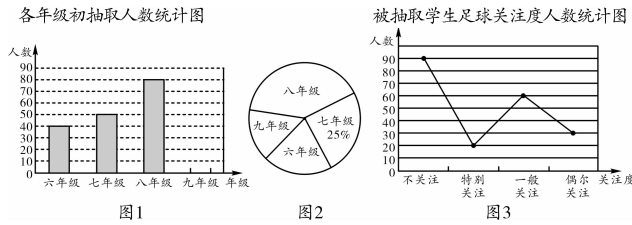


9. (2017 章贡区模拟) 2016 年 7 月 25 日全国青少年校园足球比赛落幕, 某学校为了了解本校 2 400 名学生对本次足球赛的关心程度, 以利于做好教育和引导工作, 随机抽取了本校内的六、七、八、九四个年级部分学生进行调查, 按“各年级被抽取人数”与“关心程度”, 分别绘制了条形统计图(图 1)、扇形统计图(图 2)和折线统计图(图 3).

- (1) 本次共随机抽查了 _____ 名学生, 根据信息补全图 1 中条形统计图, 图 2 中八年级所对应扇形的圆心角的度数为 _____ ;
- (2) 如果把“特别关注”“一般关注”“偶尔关注”都看作成关注, 那么全校关注足球赛的学生大约 _____ 名?

据上面的统计结果, 谈谈你对该校学生关注的现状的看法及建议;

②如果要了解学校中小学生校园足球的关注情况, 你认为应该如何进行抽样?

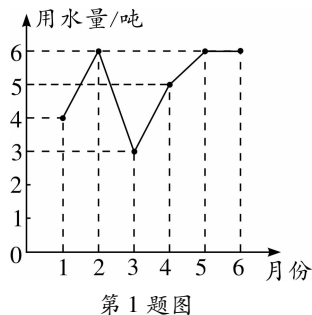


第 9 题图

第 31 讲 数据的分析

基础训练

1. (2017 青岛) 小明家 1 至 6 月份的用水量统计如图所示, 关于这组数据, 下列说法错误的是 ()



第 1 题图

- A. 众数是 6 吨
B. 平均数是 5 吨
C. 中位数是 5 吨
D. 方差是 $\frac{4}{3}$

2. (2017 宁波) 若一组数据 2, 3, x , 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53, 55, 57, 59, 61, 63, 65, 67, 69, 71, 73, 75, 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89, 91, 93, 95, 97, 99, 101, 103, 105, 107, 109, 111, 113, 115, 117, 119, 121, 123, 125, 127, 129, 131, 133, 135, 137, 139, 141, 143, 145, 147, 149, 151, 153, 155, 157, 159, 161, 163, 165, 167, 169, 171, 173, 175, 177, 179, 181, 183, 185, 187, 189, 191, 193, 195, 197, 199, 201, 203, 205, 207, 209, 211, 213, 215, 217, 219, 221, 223, 225, 227, 229, 231, 233, 235, 237, 239, 241, 243, 245, 247, 249, 251, 253, 255, 257, 259, 261, 263, 265, 267, 269, 271, 273, 275, 277, 279, 281, 283, 285, 287, 289, 291, 293, 295, 297, 299, 301, 303, 305, 307, 309, 311, 313, 315, 317, 319, 321, 323, 325, 327, 329, 331, 333, 335, 337, 339, 341, 343, 345, 347, 349, 351, 353, 355, 357, 359, 361, 363, 365, 367, 369, 371, 373, 375, 377, 379, 381, 383, 385, 387, 389, 391, 393, 395, 397, 399, 401, 403, 405, 407, 409, 411, 413, 415, 417, 419, 421, 423, 425, 427, 429, 431, 433, 435, 437, 439, 441, 443, 445, 447, 449, 451, 453, 455, 457, 459, 461, 463, 465, 467, 469, 471, 473, 475, 477, 479, 481, 483, 485, 487, 489, 491, 493, 495, 497, 499, 501, 503, 505, 507, 509, 511, 513, 515, 517, 519, 521, 523, 525, 527, 529, 531, 533, 535, 537, 539, 541, 543, 545, 547, 549, 551, 553, 555, 557, 559, 561, 563, 565, 567, 569, 571, 573, 575, 577, 579, 581, 583, 585, 587, 589, 591, 593, 595, 597, 599, 601, 603, 605, 607, 609, 611, 613, 615, 617, 619, 621, 623, 625, 627, 629, 631, 633, 635, 637, 639, 641, 643, 645, 647, 649, 651, 653, 655, 657, 659, 661, 663, 665, 667, 669, 671, 673, 675, 677, 679, 681, 683, 685, 687, 689, 691, 693, 695, 697, 699, 701, 703, 705, 707, 709, 711, 713, 715, 717, 719, 721, 723, 725, 727, 729, 731, 733, 735, 737, 739, 741, 743, 745, 747, 749, 751, 753, 755, 757, 759, 761, 763, 765, 767, 769, 771, 773, 775, 777, 779, 781, 783, 785, 787, 789, 791, 793, 795, 797, 799, 801, 803, 805, 807, 809, 811, 813, 815, 817, 819, 821, 823, 825, 827, 829, 831, 833, 835, 837, 839, 841, 843, 845, 847, 849, 851, 853, 855, 857, 859, 861, 863, 865, 867, 869, 871, 873, 875, 877, 879, 881, 883, 885, 887, 889, 891, 893, 895, 897, 899, 901, 903, 905, 907, 909, 911, 913, 915, 917, 919, 921, 923, 925, 927, 929, 931, 933, 935, 937, 939, 941, 943, 945, 947, 949, 951, 953, 955, 957, 959, 961, 963, 965, 967, 969, 971, 973, 975, 977, 979, 981, 983, 985, 987, 989, 991, 993, 995, 997, 999, 1001, 1003, 1005, 1007, 1009, 1011, 1013, 1015, 1017, 1019, 1021, 1023, 1025, 1027, 1029, 1031, 1033, 1035, 1037, 1039, 1041, 1043, 1045, 1047, 1049, 1051, 1053, 1055, 1057, 1059, 1061, 1063, 1065, 1067, 1069, 1071, 1073, 1075, 1077, 1079, 1081, 1083, 1085, 1087, 1089, 1091, 1093, 1095, 1097, 1099, 1101, 1103, 1105, 1107, 1109, 1111, 1113, 1115, 1117, 1119, 1121, 1123, 1125, 1127, 1129, 1131, 1133, 1135, 1137, 1139, 1141, 1143, 1145, 1147, 1149, 1151, 1153, 1155, 1157, 1159, 1161, 1163, 1165, 1167, 1169, 1171, 1173, 1175, 1177, 1179, 1181, 1183, 1185, 1187, 1189, 1191, 1193, 1195, 1197, 1199, 1201, 1203, 1205, 1207, 1209, 1211, 1213, 1215, 1217, 1219, 1221, 1223, 1225, 1227, 1229, 1231, 1233, 1235, 1237, 1239, 1241, 1243, 1245, 1247, 1249, 1251, 1253, 1255, 1257, 1259, 1261, 1263, 1265, 1267, 1269, 1271, 1273, 1275, 1277, 1279, 1281, 1283, 1285, 1287, 1289, 1291, 1293, 1295, 1297, 1299, 1301, 1303, 1305, 1307, 1309, 1311, 1313, 1315, 1317, 1319, 1321, 1323, 1325, 1327, 1329, 1331, 1333, 1335, 1337, 1339, 1341, 1343, 1345, 1347, 1349, 1351, 1353, 1355, 1357, 1359, 1361, 1363, 1365, 1367, 1369, 1371, 1373, 1375, 1377, 1379, 1381, 1383, 1385, 1387, 1389, 1391, 1393, 1395, 1397, 1399, 1401, 1403, 1405, 1407, 1409, 1411, 1413, 1415, 1417, 1419, 1421, 1423, 1425, 1427, 1429, 1431, 1433, 1435, 1437, 1439, 1441, 1443, 1445, 1447, 1449, 1451, 1453, 1455, 1457, 1459, 1461, 1463, 1465, 1467, 1469, 1471, 1473, 1475, 1477, 1479, 1481, 1483, 1485, 1487, 1489, 1491, 1493, 1495, 1497, 1499, 1501, 1503, 1505, 1507, 1509, 1511, 1513, 1515, 1517, 1519, 1521, 1523, 1525, 1527, 1529, 1531, 1533, 1535, 1537, 1539, 1541, 1543, 1545, 1547, 1549, 1551, 1553, 1555, 1557, 1559, 1561, 1563, 1565, 1567, 1569, 1571, 1573, 1575, 1577, 1579, 1581, 1583, 1585, 1587, 1589, 1591, 1593, 1595, 1597, 1599, 1601, 1603, 1605, 1607, 1609, 1611, 1613, 1615, 1617, 1619, 1621, 1623, 1625, 1627, 1629, 1631, 1633, 1635, 1637, 1639, 1641, 1643, 1645, 1647, 1649, 1651, 1653, 1655, 1657, 1659, 1661, 1663, 1665, 1667, 1669, 1671, 1673, 1675, 1677, 1679, 1681, 1683, 1685, 1687, 1689, 1691, 1693, 1695, 1697, 1699, 1701, 1703, 1705, 1707, 1709, 1711, 1713, 1715, 1717, 1719, 1721, 1723, 1725, 1727, 1729, 1731, 1733, 1735, 1737, 1739, 1741, 1743, 1745, 1747, 1749, 1751, 1753, 1755, 1757, 1759, 1761, 1763, 1765, 1767, 1769, 1771, 1773, 1775, 1777, 1779, 1781, 1783, 1785, 1787, 1789, 1791, 1793, 1795, 1797, 1799, 1801, 1803, 1805, 1807, 1809, 1811, 1813, 1815, 1817, 1819, 1821, 1823, 1825, 1827, 1829, 1831, 1833, 1835, 1837, 1839, 1841, 1843, 1845, 1847, 1849, 1851, 1853, 1855, 1857, 1859, 1861, 1863, 1865, 1867, 1869, 1871, 1873, 1875, 1877, 1879, 1881, 1883, 1885, 1887, 1889, 1891, 1893, 1895, 1897, 1899, 1901, 1903, 1905, 1907, 1909, 1911, 1913, 1915, 1917, 1919, 1921, 1923, 1925, 1927, 1929, 1931, 1933, 1935, 1937, 1939, 1941, 1943, 1945, 1947, 1949, 1951, 1953, 1955, 1957, 1959, 1961, 1963, 1965, 1967, 1969, 1971, 1973, 1975, 1977, 1979, 1981, 1983, 1985, 1987, 1989, 1991, 1993, 1995, 1997, 1999, 2001, 2003, 2005, 2007, 2009, 2011, 2013, 2015, 2017, 2019, 2021, 2023, 2025, 2027, 2029, 2031, 2033, 2035, 2037, 2039, 2041, 2043, 2045, 2047, 2049, 2051, 2053, 2055, 2057, 2059, 2061, 2063, 2065, 2067, 2069, 2071, 2073, 2075, 2077, 2079, 2081, 2083, 2085, 2087, 2089, 2091, 2093, 2095, 2097, 2099, 2101, 2103, 2105, 2107, 2109, 2111, 2113, 2115, 2117, 2119, 2121, 2123, 2125, 2127, 2129, 2131, 2133, 2135, 2137, 2139, 2141, 2143, 2145, 2147, 2149, 2151, 2153, 2155, 2157, 2159, 2161, 2163, 2165, 2167, 2169, 2171, 2173, 2175, 2177, 2179, 2181, 2183, 2185, 2187, 2189, 2191, 2193, 2195, 2197, 2199, 2201, 2203, 2205, 2207, 2209, 2211, 2213, 2215, 2217, 2219, 2221, 2223, 2225, 2227, 2229, 2231, 2233, 2235, 2237, 2239, 2241, 2243, 2245, 2247, 2249, 2251, 2253, 2255, 2257, 2259, 2261, 2263, 2265, 2267, 2269, 2271, 2273, 2275, 2277, 2279, 2281, 2283, 2285, 2287, 2289, 2291, 2293, 2295, 2297, 2299, 2301, 2303, 2305, 2307, 2309, 2311, 2313, 2315, 2317, 2319, 2321, 2323, 2325, 2327, 2329, 2331, 2333, 2335, 2337, 2339, 2341, 2343, 2345, 2347, 2349, 2351, 2353, 2355, 2357, 2359, 2361, 2363, 2365, 2367, 2369, 2371, 2373, 2375, 2377, 2379, 2381, 2383, 2385, 2387, 2389, 2391, 2393, 2395, 2397, 2399, 2401, 2403, 2405, 2407, 2409, 2411, 2413, 2415, 2417, 2419, 2421, 2423, 2425, 2427, 2429, 2431, 2433, 2435, 2437, 2439, 2441, 2443, 2445, 2447, 2449, 2451, 2453, 2455, 2457, 2459, 2461, 2463, 2465, 2467, 2469, 2471, 2473, 2475, 2477, 2479, 2481, 2483, 2485, 2487, 2489, 2491, 2493, 2495, 2497, 2499, 2501, 2503, 2505, 2507, 2509, 2511, 2513, 2515, 2517, 2519, 2521, 2523, 2525, 2527, 2529, 2531, 2533, 2535, 2537, 2539, 2541, 2543, 2545, 2547, 2549, 2551, 2553, 2555, 2557, 2559, 2561, 2563, 2565, 2567, 2569, 2571, 2573, 2575, 2577, 2579, 2581, 2583, 2585, 2587, 2589, 2591, 2593, 2595, 2597, 2599, 2601, 2603, 2605, 2607, 2609, 2611, 2613, 2615, 2617, 2619, 2621, 2623, 2625, 2627, 2629, 2631, 2633, 2635, 2637, 2639, 2641, 2643, 2645, 2647, 2649, 2651, 2653, 2655, 2657, 2659, 2661, 2663, 2665, 2667, 2669, 2671, 2673, 2675, 2677, 2679, 2681, 2683, 2685, 2687, 2689, 2691, 2693, 2695, 2697, 2699, 2701, 2703, 2705, 2707, 2709, 2711, 2713, 2715, 2717, 2719, 2721, 2723, 2725, 2727, 2729, 2731, 2733, 2735, 2737, 2739, 2741, 2743, 2745, 2747, 2749, 2751, 2753, 2755, 2757, 2759, 2761, 2763, 2765, 2767, 2769, 2771, 2773, 2775, 2777, 2779, 2781, 2783, 2785, 2787, 2789, 2791, 2793, 2795, 2797, 2799, 2801, 2803, 2805, 2807, 2809, 2811, 2813, 2815, 2817, 2819, 2821, 2823, 2825, 2827, 2829, 2831, 2833, 2835, 2837, 2839, 2841, 2843, 2845, 2847, 2849, 2851, 2853, 2855, 2857, 2859, 2861, 2863, 2865, 2867, 2869, 2871, 2873, 2875, 2877, 2879, 2881, 2883, 2885, 2887, 2889, 2891, 2893, 2895, 2897, 2899, 2901, 2903, 2905, 2907, 2909, 2911, 2913, 2915, 2917, 2919, 2921, 2923, 2925, 2927, 2929, 2931, 2933, 2935, 2937, 2939, 2941, 2943, 2945, 2947, 2949, 2951, 2953, 2955, 2957, 2959, 2961, 2963, 2965, 2967, 2969, 2971, 2973, 2975, 2977, 2979, 2981, 2983, 2985, 2987, 2989, 2991, 2993, 2995, 2997, 2999, 3001, 3003, 3005, 3007, 3009, 3011, 3013, 3015, 3017, 3019, 3021, 3023, 3025, 3027, 3029, 3031, 3033, 3035, 3037, 3039, 3041, 3043, 3045, 3047, 3049, 3051, 3053, 3055, 3057, 3059, 3061, 3063, 3065, 3067, 3069, 3071, 3073, 3075, 3077, 3079, 3081, 3083, 3085, 3087, 3089, 3091, 3093, 3095, 3097, 3099, 3101, 3103, 3105, 3107, 3109, 3111, 3113, 3115, 3117, 3119, 3121, 3123, 3125, 3127, 3129, 3131, 3133, 3135, 3137, 3139, 3141, 3143, 3145, 3147, 3149, 3151, 3153, 3155, 3157, 3159, 3161, 3163, 3165, 3167, 3169, 3171, 3173, 3175, 3177, 3179, 3181, 3183, 3185, 3187, 3189, 3191, 3193, 3195, 3197, 3199, 3201, 3203, 3205, 3207, 3209, 3211, 3213, 3215, 3217, 3219, 3221, 3223, 3225, 3227, 3229, 3231, 3233, 3235, 3237, 3239, 3241, 3243, 3245, 3247, 3249, 3251, 3253, 3255, 3257, 3259, 3261, 3263, 3265, 3267, 3269, 3271, 3273, 3275, 3277, 3279, 3281, 3283, 3285, 3287, 3289, 3291, 3293, 3295, 3297, 3299, 3301, 3303, 3305, 3307, 3309, 3311, 3313, 3315, 3317, 3319, 3321, 3323, 3325, 3327, 3329, 3331, 3333, 3335, 3337, 3339, 3341, 3343, 3345, 3347, 3349, 3351, 3353, 3355, 3357, 3359, 3361, 3363, 3365, 3367, 3369, 3371, 3373, 3375, 3377, 3379, 3381, 3383, 3385, 3387, 3389, 3391, 3393, 3395, 3397, 3399, 3401, 3403, 3405, 3407, 3409, 3411, 3413, 3415, 3417, 3419, 3421, 3423, 3425, 3427, 3429, 3431, 3433, 3435, 3437, 3439, 3441, 3443, 3445, 3447, 3449, 3451, 3453, 3455, 3457, 3459, 3461, 3463, 3465, 3467, 3469, 3471, 3473, 3475, 3477, 3479, 3481, 3483, 3485, 3487, 3489, 3491, 3493, 3495, 3497, 3499, 3501, 3503, 3505, 3507, 3509, 3511, 3513, 3515, 3517, 3519, 3521, 3523, 3525, 3527, 3529, 3531, 3533, 3535, 3537, 3539, 3541, 3543, 3545, 3547, 3549, 3551, 3553, 3555, 3557, 3559, 3561, 3563, 3565, 3567, 3569, 3571, 3573, 3575, 3577, 3579, 3581, 3583, 3585, 3587, 3589, 3591, 3593, 3595, 3597, 3599, 3601, 3603, 3605, 3607, 3609, 3611, 3613, 3615, 3617, 3619, 3621, 3623, 3625, 3627, 3629, 3631, 3633, 3635, 3637, 3639, 3641, 3643, 3645, 3647, 3649, 3651, 3653, 3655, 3657, 3659, 3661, 3663, 3665, 3667, 3669, 3671, 3673, 3675, 3677, 3679, 3681, 3683, 3685, 3687, 3689, 3691, 3693, 3695, 3697, 3699, 3701, 3703, 3705, 3707, 3709, 3711, 3713, 3715, 3717, 3719, 3721, 3723, 3725, 3727, 3729, 3731, 3733, 3735, 3737, 3739, 3741, 3743, 3745, 3747, 3749, 3751, 3753, 3755, 3757, 3759, 3761, 3763, 3765, 3767, 3769, 3771, 3773, 3775, 3777, 3779, 3781, 3783, 3785, 3787, 3789, 3791, 3793, 3795, 3797, 3799, 3801, 3803, 3805, 3807, 3809, 3811, 3813, 3815, 3817, 3819, 3821, 3823, 3825, 3827, 3829, 3831, 3833, 3835, 3837, 3839, 3841, 3843, 3845, 3847, 3849, 3851, 3853, 3855, 3857, 3859, 3861, 3863, 3865, 3867, 3869, 3871, 3873, 3875, 3877, 3879, 3881, 3883, 3885, 3887, 3889, 3891, 3893, 3895, 3897, 3899, 3901, 3903, 3905, 3907, 3909, 3911, 3913, 3915, 3917, 3919, 3921, 3923, 3925, 3927, 3929, 3931, 3933, 3935, 3937, 3939, 3941, 3943, 3945, 3947, 3949, 3951, 3953, 3955, 3957, 3959, 3961, 3963, 3965, 3967, 3969, 3971, 3973, 3975, 3977, 3979, 3981, 3983, 3985, 3987, 3989, 3991, 3993, 3995, 3997, 3999, 4001, 4003, 4005, 4007, 4009, 4011, 4013, 4015, 4017, 4019, 4021, 4023, 4025, 4027, 4029, 4031, 4033, 4035, 4037, 4039, 4041, 4043, 4045, 4047, 4049, 4051, 4053, 4055, 4057, 4059, 4061, 4063, 4065, 4067, 4069, 4071, 4073, 4075, 4077, 4079, 4081, 4083, 4085, 4087, 4089, 4091, 4093, 4095, 4097, 4099, 4101, 4103, 4105

第 32 讲 概率及其应用

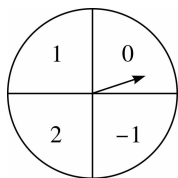
基础训练

- (2017 孝感) 下列说法正确的是 ()
 A. 调查孝感区域居民对创建“全国卫生城市”的知晓度, 宜采用抽样调查
 B. 一组数据 85, 95, 90, 95, 95, 90, 90, 80, 95, 90 的众数为 95
 C. “打开电视, 正在播放乒乓球比赛”是必然事件
 D. 同时抛掷两枚质地均匀的硬币一次, 出现两个正面朝上的概率为 $\frac{1}{2}$

- (2017 兰州) 一个不透明的盒子外其他完全相同的小球, 其中有 9 球前先将盒子中的球摇匀, 任意摸出 1 球, 记下颜色后再放回盒子, 通过大量重复摸球实验后发现, 摸到黄球的频率稳定在 30%, 那么估计盒子中小球的个数 n 为 ()
 A. 20 B. 24 C. 28 D. 30

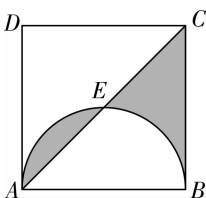
- (2017 贵港) 从长为 3, 5, 7, 10 的四条线段中任意选取三条作为边, 能构成三角形的概率是 ()
 A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

- (2017 河南) 如图是一次数学活动课制作的一个转盘, 盘面被等分成四个扇形区域, 并分别标有数字 -1, 0, 1, 2. 若转动转盘两次, 每次转盘停止后记录指针所指区域的数字 (当指针恰好指在分界线上时, 不记, 重转), 则记录的两个数字都是正数的概率为 ()
 A. $\frac{1}{8}$ B. $\frac{1}{6}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{2}$



第 4 题图

- (2017 赤峰) 小明向如图所示的正方形 $ABCD$ 区域内投掷飞镖, 点 E 是以 $ABCD$ 为直径的半圆与对角线 AC 的交点. 如果小明投掷飞镖一次, 则飞镖落在阴影部分的概率为 ()
 A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{8}$



第 5 题图

- (2017 郴州) 从 1, -1, 0 三个数中任取两个不同的数作为点的坐标, 则该点在坐标轴上的概率是 _____.

- (2017 赣州调研考试) 阅读对话, 解答问题.



小英

我的袋子中有两张除标有不同数字外完全相同的卡片: ① ②



小军

我的袋子中也有四张除标有不同数字外完全相同的卡片: ① ② ③ ④



阿林

我先从小英的袋子中抽出一张卡片, 再从小军的袋子中抽出一张卡片.

(1) 用 a, b 分别表示阿林从小英、小军袋子中抽出的卡片上标有的数字, 请你用列表法或树状图法写出有序数对 (a, b) 的全部取值;

(2) 求在抽出的 (a, b) 中, 使得关于 x 的方程 $x^2 - 2ax + b = 0$ 有实数根的概率.

能力提升

- (2017 景德镇三模) 小明参加某个智力竞答节目, 答对最后两道单选题就顺利通关. 第一道单选题有 3 个选项, 第二道单选题有 4 个选项, 这两道题小明都不会, 不过小明还有一个“求助”没有用 (使用“求助”可以让主持人去掉其中一题的一个错误选项).

(1) 如果小明第一题不使用“求助”, 那么小明答对第一道题的概率是 _____.

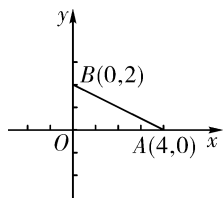
(2) 如果小明将“求助”留在第二题使用, 请用树状图或者列表来分析小明顺利通关的概率.

(3) 从概率的角度分析, 你建议小明在第几题使用“求助”. (直接写出答案)

专题一 多解题

1. (2018 原创) 用直角边分别为 5 和 12 的两个直角三角形拼成凸四边形, 所得的四边形的周长是_____.

2. (2017 抚州联考) 如图, 在直角坐标系中有两点 $A(4,0)$, $B(0,2)$, 如果点 C 在 x 轴上 (C 与 A 不重合), 当点 C 的坐标为_____时, 使得由点 B, O, C 组成的三角形与 $\triangle AOB$ 相似.



第 2 题图

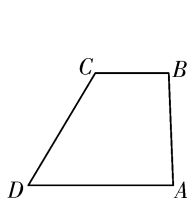


第 3 题图

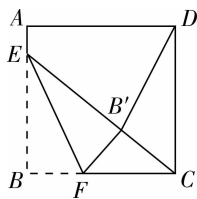
3. (2018 原创) 如图, 点 A 是半圆 O 上的一个动点, $MB = BO = OC = CN = 1$, 若 $\triangle ABC$ 是等腰三角形, 则 AB 的长为_____.

4. (2017 南昌模拟) 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AD$, $CB = CD$, $\angle BCD = 120^\circ$, $\angle BAD = 60^\circ$, 动点 P 在直线 AC 上, 若以 A, B, C, D, P 中的 4 个点为顶点能构成面积为 $2\sqrt{3}$ 的菱形, 则线段 AP 的长为_____.

5. (2017 新余模拟) 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB \perp BC$, $AD \parallel BC$, $\angle BCD = 120^\circ$, $BC = 2$, $AD = DC$, P 为四边形 $ABCD$ 边上任意一点, 当 $\angle BPC = 30^\circ$ 时, CP 的长为_____.



第 5 题图



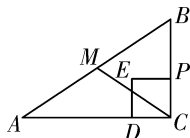
第 6 题图

6. (2017 赣州模拟) 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长是 16, 点 E 在边 AB 上, $AE = 3$, 点 F 是边 BC 上 (不与点 B, C 重合) 的一个动点, 把 $\triangle EBF$ 沿 EF 折叠, 点 B 落在 B' 处. 连接 $B'C, B'D$, 若 $\triangle DB'C$ 恰好是等腰三角形, 则 $B'D$ 的长可以是_____.

7. (2017 临川一中模拟) 在菱形 $ABCD$ 中, $\angle B = 60^\circ$, $AB = 4$, 点 E 在 BC 上, $CE = 2\sqrt{3}$, 若点 P 是菱

形 $ABCD$ 边上异于点 E 的另一点, $CE = CP$, 则 $\angle EPC$ 的度数为_____.

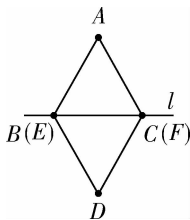
8. (2017 江师大附中) 如图, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 8 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$, 点 M 是边 AB 的中点, 连接 CM , 点 P 从点 C 出发, 以 1 cm/s 的速度沿 CB 运



第 8 题图

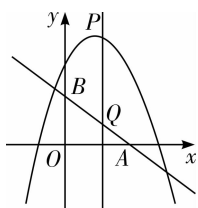
动, 到点 B 停止, 以 PC 为边作正方形 $PCDE$, 点 D 在 AC 上. 设点 P 的运动时间为 $t(\text{s})$. 以 E 为圆心, 1 cm 为半径作圆 E , 则当 $t =$ _____时, $\odot E$ 与直线 AB 或直线 CM 相切.

9. (2018 原创) 如图, 边长为 a 等边 $\triangle ABC$ 与等边 $\triangle DEF$ 沿着直线 l 拼接一个菱形, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 l 向左平移 m 个单位长度, 将 $\triangle DEF$ 向右平移 m 个单位长度, 当点 C, E 是线段 BF 的三等分点时, 则 $\sin \angle DBF$ 的值是_____.

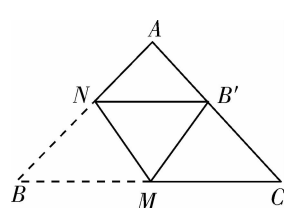


第 9 题图

10. (2017 赣州调研考试) 如图, 已知直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 分别交 x 轴、 y 轴于点 A, B , P 是抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 5$ 上的一个动点, 其横坐标为 a , 若过点 P 且平行于 y 轴的直线交直线 $y = -\frac{3}{4}x + 3$ 于点 Q , 则当 $PQ = BQ$ 时, a 的值可以是_____.



第 10 题图

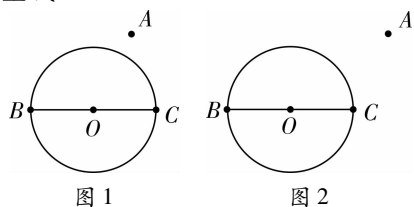


第 11 题图

11. (2017 河南) 如图, 在直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 90^\circ$, $AB = AC$, $BC = \sqrt{2} + 1$, 点 M, N 分别是边 BC, AB 上的动点, 沿 MN 所在的直线折叠 $\angle B$, 使点 B 的对应点 B' 始终落在边 AC 上, 若 $\triangle MB'C$ 为直角三角形, 则 BM 的长为_____.

专题二 创新作图题

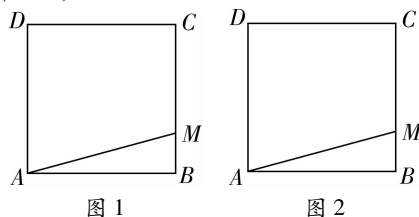
1. (2018 原创) 请仅用无刻度的直尺, 用连线的方法在图 1, 2 中分别过圆外一点 A 作出直径 BC 所在直线的垂线.



第 1 题图

2. (2017 赣州模拟) 如图, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 M 是 BC 边上的任意一点, 请你仅用无刻度的直尺分别在图 1, 图 2 中按要求作图 (保留作图痕迹, 不写作法).

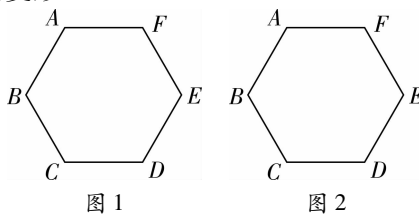
- (1) 在图 1 中, 在 AB 边上求作一点 N , 连接 CN , 使 $CN = AM$;
(2) 在图 2 中, 在 AD 边上求作一点 Q , 连接 CQ , 使 $CQ \parallel AM$;



第 2 题图

3. (2018 原创) 如图正六边形 $ABCDEF$. 请分别在图 1, 图 2 中使用无刻度的直尺按要求画图.

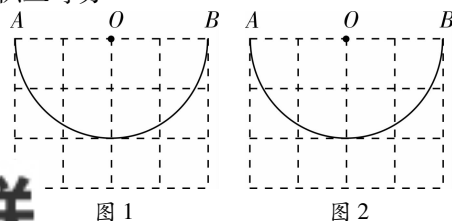
- (1) 在图 1 中, 画出一个与正六边形的边长相等的菱形;
(2) 在图 2 中, 画一个边长与正六边形的边长不相等的菱形.



第 3 题图

4. (2018 原创) 如图, 在正方形网格中画有一个圆心为 O 的半圆, 请按要求准确作图.

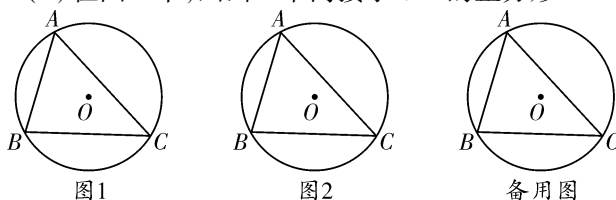
- (1) 请在图 1 中仅用无刻度的直尺连线将半圆 O 的面积四等分;
(2) 请在图 2 中仅用无刻度的直尺连线将半圆 O 的面积三等分.



第 4 题图

5. (2017 赣州调研考试) 创新作图: 已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, 且 $\angle B = 75^\circ$, $\angle C = 45^\circ$, $\odot O$ 的半径为 R , 请仅用无刻度的直尺在图 1、图 2 中, 分别画出符合以下条件的图形.

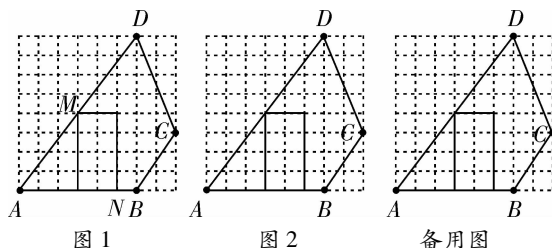
- (1) 在图 1 中, 画出一条长度为 R 的弦;
(2) 在图 2 中, 画出一个内接于 $\odot O$ 的正方形.



第 5 题图

6. (2018 原创) 在 8×8 的正方形网格中, 四边形 $ABCD$ 在网格中的位置如图所示, 请仅用无刻度的直尺, 按要求完成下列作图.

- (1) 在图 1 中作出 $\angle A$ 的平分线;
(2) 在图 2 中, 在 BD 上确定一点 P , 使 $\angle APB = \angle CPB$.



第 6 题图

专题三 方程、函数、几何型综合题

1. (2017 苏州) 若二次函数 $y = ax^2 + 1$ 的图象经过点 $(-2, 0)$, 则关于 x 的方程 $a(x-2)^2 + 1 = 0$ 的实数根为 ()

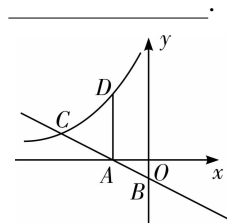
A. $x_1 = 0, x_2 = 4$ B. $x_1 = -2, x_2 = 6$
C. $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{5}{2}$ D. $x_1 = -4, x_2 = 0$

2. (2017 通辽) 如图, 直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x - \sqrt{3}$ 与 x, y 轴分

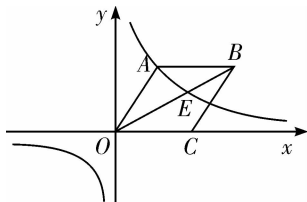
别交于点 A, B , 与反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图象在第

二象限交于点 C , 过点 A 作 x 轴

例函数图象于点 D . 若 $AD = AC$, 则



第 2 题图



第 3 题图

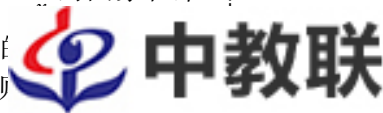
3. (2017 南昌模拟) 如图所示, 已知四边形 $OABC$ 是菱形, OC 在 x 轴上, $B(18, 6)$, 反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 的图象经过点 A , 与 OB 交于点 E , 则 $\frac{OE}{EB}$ 的值为_____.

4. (2017 仙桃) 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (m+1)x + \frac{1}{2}(m^2+1) = 0$ 有实数根.

(1) 求 m 的值;

(2) 先作 $y = x^2 - (m+1)x + \frac{1}{2}(m^2+1)$ 的图象关于 x 轴的对称图形, 然后将所作图形向左平移 3 个单位长度, 再向上平移 2 个单位长度, 写出变化后图象的解析式;

(3) 在 (2) 的条件下, 当直线 $y = 2x + n$ ($n \geq m$) 与变化后的图象有公共点时, 求 $n^2 - 4n$ 的最大值和最小值.



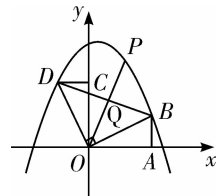
(龙江) 如图, $\text{Rt} \triangle AOB$ 的直角边 OA 在 x 轴上, $OA = 2, AB = 1$, 将 $\text{Rt} \triangle AOB$ 绕点 O 逆时针

旋转 90° 得到 $\text{Rt} \triangle COD$, 抛物线 $y = -\frac{5}{6}x^2 + bx + c$

经过 B, D 两点.

(1) 求二次函数的解析式;

(2) 连接 BD , 点 P 是抛物线上一点, 直线 OP 把 $\triangle BOD$ 的周长分成相等的两部分, 求点 P 的坐标.



第 5 题图

专题四 实际应用设计题

1. (2017 盐城) 某商店在 2014 年至 2016 年期间销售一种礼盒. 2014 年, 该商店用 3 500 元购进了这种礼盒并且全部售完; 2016 年, 这种礼盒的进价比 2014 年下降了 11 元/盒, 该商店用 2 400 元购进了与 2014 年相同数量的礼盒也全部售完, 礼盒的售价均为 60 元/盒.

(1) 2014 年这种礼盒的进价是多少元/盒?
(2) 若该商店每年销售这种礼盒所获利润的年增长率相同, 问年增长率是多少.

(2) 若三种学具的售价分别为: ①圆规每只 13 元, ②三角板每副 8 元, ③量角器每只 5 元, 问购进圆规多少只时, 获得的利润最大. (不考虑其他因素) 最大利润为多少元?



2. (2017 泰安) 某水果商从批发市场用 8 000 元购进了大樱桃和小樱桃各 200 千克, 大樱桃的进价比小樱桃的进价每千克多 20 元. 大樱桃售价为每千克 40 元, 小樱桃售价为每千克 16 元.

(1) 大樱桃和小樱桃的进价分别是每千克多少元? 销售完后, 该水果商共赚了多少钱?

(2) 该水果商第二次仍用 8 000 元钱从批发市场购进了大樱桃和小樱桃各 200 千克, 进价不变, 但在运输过程中小樱桃损耗了 20%. 若小樱桃的售价不变, 要想让第二次赚的钱不少于第一次所赚钱的 90%, 大樱桃的售价最少应为多少?

4. (2017 毕节) 某同学准备购买笔和本子送给农村希望小学的同学, 在市场上了解到某种本子的单价比某种笔的单价少 4 元, 且用 30 元买这种本子的数量与用 50 元买这种笔的数量相同.

(1) 求这种笔和本子的单价;
(2) 该同学打算用自己的 100 元压岁钱购买这种笔和本子, 计划 100 元刚好用完, 并且笔和本子都买, 请列出所有购买方案.

3. (2017 永修模拟) 某校内新华超市在开学前, 计划用不多于 3 200 元的资金购进三种学具. 其进价如下:

①圆规每只 10 元, ②三角板每副 6 元, ③量角器每只 4 元. 根据学校的销量情况, 三种学具共需购进 500 只(副), 其中三角板副数是圆规只数的 3 倍.

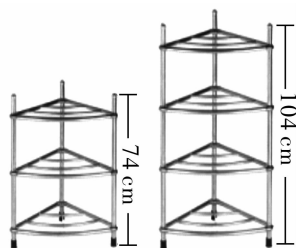
(1) 商店至多可以购进圆规多少只?

5. 工厂康师傅利用不锈钢管制作可以自由拆卸或拼装的、从小号到大号不同的各种晾晒架, 如图所示是制作完成的一个小型(图 1)和一个中型(图 2)的晾晒架. (说明: 每种晾晒架上下两层之间高度相等, 每一型号晾晒架的顶部与底部各匹配一个支脚, 其高度也相等.)

(1) 求晾晒架的一个支脚的高度, 上下两层之间的高度;

(2) 若晾晒三脚架的层数为 x .

①求晾晒架的高度 y (cm) 与层数 x 之间的函数关系式;



第 5 题图

②若大号晾晒架有 6 层,即 $x = 6$ 时,求大号晾晒架的总高度 y cm.

(2)若 $p = 1, q = 0.5$,求该车行驶的平均速度.

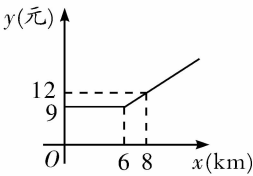


图1

图2

第 7 题图

6. (2017 天津)用 A4 纸复印文件,在甲复印店不管一次复印多少页,每页收费 0.1 元.在乙复印店复印同样的文件,一次复印页数不超过 20 时,每页收费 0.12 元;一次复印页数超过 20 时,每页收费 0.09 元.设在同一家复印店一次复印文件 x 页(x 为非负整数).

(1)根据题意,填写下表:

一次复印页数(页)	5	10	20	30	...
甲复印店收费(元)	0.5		2		...
乙复印店收费(元)	0.6		2.4		...

(2)设在甲复印店复印收费 y_1 元,在乙复印店复印收费 y_2 元,分别写出 y_1, y_2 关于 x 的函数关系式;

(3)当 $x > 70$ 时,顾客在哪家复印店复印花费少?请说明理由.

8. (2017 孝感)为满足社区居民健身的需要,市政府准备采购若干套健身器材免费提供给社区,经考察,劲松公司有 A, B 两种型号的健身器材可供选择.

(1)劲松公司 2015 年每套 A 型健身器材的售价为 2.5 万元,经过连续两年降价,2017 年每套售价为 1.6 万元,求每套 A 型健身器材年平均下降率 n ;

(2)2017 年市政府经过招标,决定年内采购并安装劲松公司 A, B 两种型号的健身器材共 80 套,采购专项经费总计不超过 112 万元,采购合同规定:每套 A 型健身器材售价为 1.6 万元,每套 B 型健身器材售价为 $1.5(1 - n)$ 万元.

①A 型健身器材最多可购买多少套?

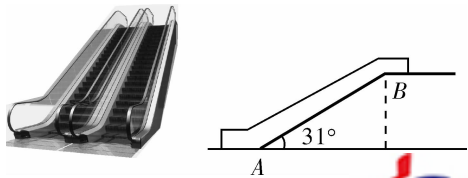
②安装完成后,若每套 A 型和 B 型健身器材一年的养护费分别是购买价的 5% 和 15%,市政府计划支出 10 万元进行养护,问该计划支出能否满足一年的养护需要.

7. (2017 江西模拟)随着“互联网 +”时代的到来,一种新型打车方式受到大众欢迎.该打车方式的计价规则如图 1 所示,若车辆以平均速度 v km/h 行驶了 s km,则打车费用为 $(ps + 60q \cdot \frac{s}{v})$ 元(不足 9 元按 9 元计价).小明某天用该打车方式出行,按上述计价规则,其打车费用 y (元)与行驶里程 x (km) 的函数关系也可由如图 2 表示.

(1)当 $x \geq 6$ 时,求 y 与 x 的函数关系式.

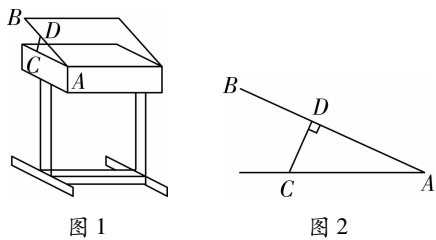
专题五 实物情景应用题

1. (2017 长春改编) 如图, 某商店营业大厅自动扶梯 AB 的倾斜角为 31° , AB 的长为 12 米, 则大厅的距离 AC 的长约为 _____ 米. (结果精确到 0.1 米) (参考数据: $\sin 31^\circ \approx 0.515$, $\cos 31^\circ \approx 0.857$, $\tan 31^\circ \approx 0.60$)



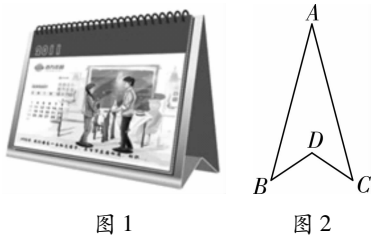
第 1 题图

2. (2017 抚州模拟) 某课桌生产厂家 $12^\circ - 24^\circ$ 的桌面有利于学生保持躯体自然姿势. 根据这一研究, 厂家决定将水平桌面做成可调节角度的桌面. 新桌面的设计图如图 1 所示, AB 可绕点 A 旋转, 在点 C 处安装一根可旋转的支撑臂 CD , $AC = 30$ cm. 如图 2, 当 $\angle BAC = 24^\circ$ 时, $CD \perp AB$, 求支撑臂 CD 的长为 _____ cm. (参考数据: $\sin 24^\circ \approx 0.40$, $\cos 24^\circ \approx 0.91$, $\tan 24^\circ \approx 0.46$, $\sin 12^\circ \approx 0.20$)



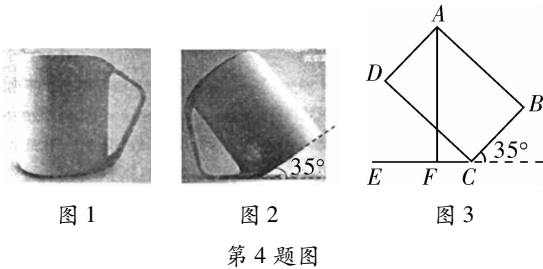
第 2 题图

3. 如图 1, 是一种创意台历, 由台历架子、台历纸和台历圈组成. 台历架子下部可通过展开和合拢调节台历高度和台历纸角度. 现将台历架子的结构简化成图 2, 已知 $AB = AC = 26$ cm, $DB = DC = 10$ cm.
- (1) 当台历板两边 AB 与 AC 完全展开时点 B, D, C 在同一直线上, 求此时台历的高度;
- (2) 当 $\angle D = 140^\circ$ 时, 求 A, D 两点之间的距离.
- (结果精确到 1 cm, 参考数据: $\sin 20^\circ \approx 0.3$, $\cos 20^\circ \approx 0.9$, $\sqrt{595} \approx 24$)



第 3 题图

4. 如图 1 是一个新款水杯, 水杯不盛水时按如图 2 所示的位置放置, 这样可以快速晾干杯底, 干净透气; 将图 2 的主体部分的抽象成图 3, 此时杯口与水平直线的夹角 35° , 四边形 $ABCD$ 可以看作矩形, 测得 $AB = 10$ cm, $BC = 8$ cm, 过点 A 作 $AF \perp CE$, 交 CE 于点 F .
- (1) 求 $\angle BAF$ 的度数; ($\sin 35^\circ \approx 0.5736$, $\cos 35^\circ \approx 0.8192$, $\tan 35^\circ \approx 0.7002$)
- (2) 求点 A 到水平直线 CE 的距离 AF 的长 (精确到 0.1 cm)



第 4 题图

5. 如图1是一仰卧起坐健身器,它主要由支架、坐垫、靠背和档位调节器组成,将图1 仰卧起坐健身器的主要部分抽象成图2,靠背 OD 的角度 α 可以用档位调节器绕点 O 调节,量得 $OA = OD = 900\text{ mm}$, $OC = 450\text{ mm}$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle A = 20^\circ$.

- (1) 求靠背旋转点 O 到地面的距离.
 (2) 当靠背的角度 α , 用档位调节器从 0° 调到 40° 时,
 ① 求靠背外端点从 A 到 D 经过的路线长;
 ② 求此时点 D 到地面的距离(结果都取整数).
 (参考数据: π 取 3.14 , $\sin 20^\circ \approx 0.34$, $\cos 20^\circ \approx 0.94$, $\tan 20^\circ \approx 0.36$, $\sin 40^\circ \approx 0.64$, $\cos 40^\circ \approx 0.77$, $\tan 40^\circ \approx 0.84$)

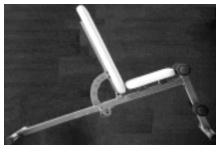


图 1

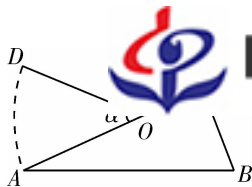


图 2

第 5 题图

6. (2017 永新模拟) 小平所在的学习小组发现, 车辆转弯时, 能否顺利通过直角弯道的标准是, 车辆是否可以行驶到和路的边界夹角是 45° 的位置(如图1 中 ②的位置). 例如, 图2 是某巷子的俯视图, 巷子路面宽 4 m , 转弯处为直角, 车辆的车身为矩形 $ABCD$, CD 与 DE , CE 的夹角都是 45° 时, 连接 EF , 交 CD 于点 G , 若 GF 的长度至少能达到车身宽度, 即车辆能通过.

(1) 小平认为长 8 m , 宽 3 m 的消防车不能通过该直角转弯, 请你帮他说明理由;

(2) 小平提出将拐弯处改为圆弧($\widehat{MM'}$ 和 $\widehat{NN'}$ 是以 O 为圆心, 分别以 OM 和 ON 为半径的弧), 长 8 m 的消防车就可以通过该弯道了, 具体的方案如图3, 其中 $OM \perp OM'$, 你能帮小平算出, ON 至少为多少时, 这种消防车可以通过该巷子?

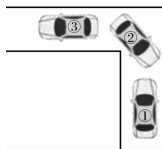


图 1

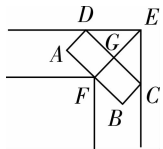


图 2

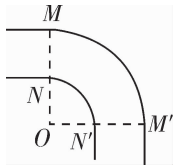


图 3

第 6 题图

专题六 特殊图形的计算与证明

1. 两块全等的三角板 ABC 和 EDC 如图 1 放置, $AC = CB, CE = CD, \angle ACB = \angle ECD = 90^\circ$, 且 AB 与 CE 交于 F, ED 与 AB, BC 分别交于 M, N . $\triangle ABC$ 不动, 将 $\triangle EDC$ 绕点 C 旋转到如图 2 位置, 当 $\angle BCE = 45^\circ$ 时, 试判断四边形 $ACDM$ 是什么四边形? 并证明你的结论.

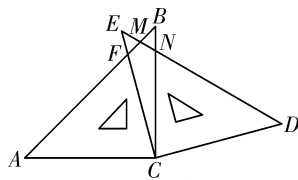
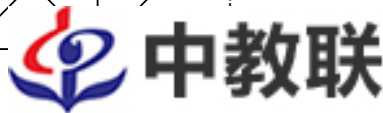
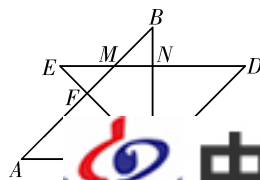


图 1

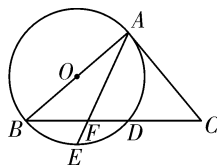
第 1 题图



3. (2017 赣州调研考试) 以 $\triangle ABC$ 的边 AB 为直径作 $\odot O$, 与 BC 交于点 D , 点 E 是弧 BD 的中点, 连接 AE 交 BC 于点 $F, \angle ACB = 2\angle BAE$.

(1) 求证: AC 是 $\odot O$ 的切线;

(2) 若 $\cos B = \frac{\sqrt{5}}{3}, BD = 5$, 求 BF 的长.



第 3 题图

2. 如图 1, 点 C 为线段 AB 上一点, $\triangle ACM, \triangle CBN$ 是等边三角形, 直线 AN, MC 交于点 E, CN, BM 交于点 F .

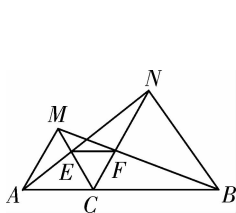


图 1

第 2 题图

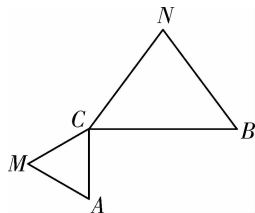


图 2

- (1) 求证: $AN = BM$;
(2) 求证: $\triangle CEF$ 为等边三角形;
(3) 将 $\triangle ACM$ 绕点 C 按逆时针方向旋转 90° , 其他条件不变, 在图 2 中补出符合要求的图形, 并判断第 (1), (2) 两小题的结论是否仍然成立 (不要求证明).

4. (2017 江西名校联盟模拟) 如图 1, 2, 在矩形纸片 $ABCD$ 中, $AD = 6, AB = 9$. 点 M, N 分别在 AB, DC 上 (M 不与 A, B 重合, N 不与 C, D 重合), 现以 MN 为折痕, 将矩形纸片 $ABCD$ 折叠.

(1) 当 B 点落在 DC 上时 (如图 2), 求证: $\triangle MNB$ 是等腰三角形;

(2) 当 B 点与 D 重合时, 试求 $\triangle MNB$ 面积;

(3) 当 B 点与 AD 的中点重合时, 试求折痕 MN 的长.

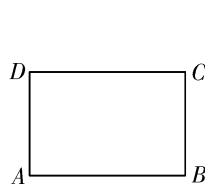


图 1

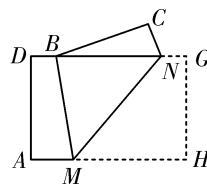
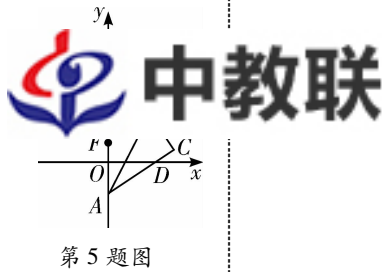


图 2

第 4 题图

5. (2017 盐城) 如图, 在平面直角坐标系中, $\text{Rt}\triangle ABC$ 的斜边 AB 在 y 轴上, 边 AC 与 x 轴交于点 D , AE 平分 $\angle BAC$ 交边 BC 于点 E , 经过点 A, D, E 的圆的圆心 F 恰好在 y 轴上, $\odot F$ 与 y 轴相交于另一点 G .

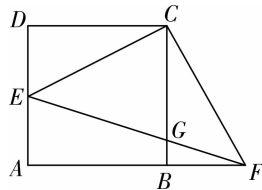
- (1) 求证: BC 是 $\odot F$ 的切线;
- (2) 若点 A, D 的坐标分别为 $A(0, -1), D(2, 0)$, 求 $\odot F$ 的半径;
- (3) 试探究线段 AG, AD, CD 三者之间满足的等量关系, 并证明你的结论.



第 5 题图

7. (2017 海南) 如图, 四边形 $ABCD$ 是边长为 1 的正方形, 点 E 在 AD 边上运动, 且不与点 A 和点 D 重合, 连接 CE , 过点 C 作 $CF \perp CE$ 交 AB 的延长线于点 F , EF 交 BC 于点 G .

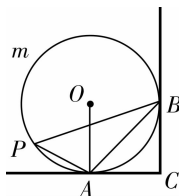
- (1) 求证: $\triangle CDE \cong \triangle CBF$;
- (2) 当 $DE = \frac{1}{2}$ 时, 求 CG 的长;
- (3) 连接 AG , 在点 E 运动过程中, 四边形 $CEAG$ 能否为平行四边形? 若能, 求出此时 DE 的长; 若不能, 说明理由.



第 7 题图

6. (2017 江西模拟) 如图, 圆形靠在墙角的截面图, A, B 分别为 $\odot O$ 的切点, $BC \perp AC$, 点 P 在 $\widehat{AmB}$ 上以 $2^\circ/\text{s}$ 的速度由 A 点向点 B 运动 (A, B 点除外), 连接 AP, BP, BA .

- (1) 当 $\angle PBA = 28^\circ$, 求 $\angle OAP$ 的度数;
- (2) 若点 P 不在 AO 的延长线上, 请写出 $\angle OAP$ 与 $\angle PBA$ 之间的关系;
- (3) 当点 P 运动几秒时, $\triangle APB$ 为等腰三角形.



第 6 题图

专题七 综合实践题

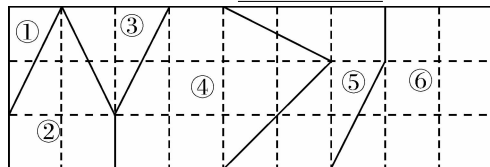
1. 手工课上,老师将同学们分成 A, B 两个小组制作两个汽车模型,每个模型先由 A 组同学完成打磨工作,再由 B 组同学进行组装完成制作,两个模型每道工序所需时间如下:

时间 模型	工序	
	打磨(A 组)	组装(B 组)
模型甲	9分钟	5分钟
模型乙	6分钟	11分钟

则这两个模型都制作完成所需的最

- A. 20 分钟 B. 22 分钟
C. 26 分钟 D. 31 分钟

2. 新年灯谜晚会上有一则“破译密码”的灯谜,灯谜由黑线围成的六个平面图形①②③④⑤⑥拼接而成(如图所示). 它的谜底是一个六位数,请你破译出来. 这个六位数是_____.



第2题图

3. 将两个全等的 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DBE$ 按图1方式摆放,其中 $\angle ACB = \angle DEB = 90^\circ$, $\angle A = \angle D = 30^\circ$,点 E 落在 AB 上, DE 所在直线交 AC 所在直线于点 F .

(1) 求证: $AF + EF = DE$;

(2) 若将图1中的 $\triangle DBE$ 绕点 B 按顺时针方向旋转角 α , 且 $0^\circ < \alpha < 60^\circ$, 其他条件不变, 请在图2中画出变换后的图形, 并直接写出(1)中的结论是否仍然成立;

(3) 若将图1中的 $\triangle DBE$ 绕点 B 按顺时针方向旋转角 β , 且 $60^\circ < \beta < 180^\circ$, 其他条件不变, 如图3. 你认为(1)中的结论还成立吗? 若成立, 写出证明过程; 若不成立, 请写出此时 AF, EF 与 DE 之间的关系, 并说明理由.

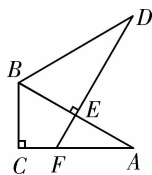


图1

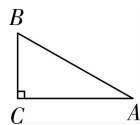


图2

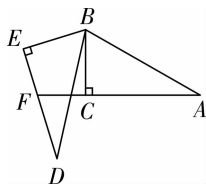


图3

第3题图

4. (2017 江师大附中模拟) 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 8$, $BC = 6$, $\angle ACB = 53^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 逆时针旋转得到 $\triangle AB'C'$, 使点 C' 落在 AD 延长线上(图1).

(1) 求 $\angle B'AC$ 的度数与 $C'D$ 的长度;

(2) 如图2, 将 $\triangle AB'C'$ 向右平移得 $\triangle A'B'C'$, 两直角边与矩形相交于点 E, F , 在平移的过程中出现了 $\triangle AA'E \cong \triangle DFC'$, 求此时平移的距离 AA' ; (设 $AA' = x$)

(3) 当平移的距离是多少时, 能使 $\triangle B'EF$ 与原 $\triangle ABC$ 相似.

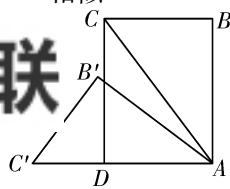


图1

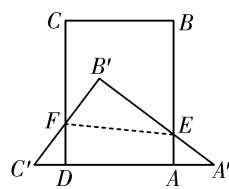


图2

第4题图

5. 图形变换中的数学, 问题情境: 在课堂上, 兴趣学习小组对一道数学问题进行了深入探究, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, 点 D 是 AB 的中点, 连接 CD .

探索发现:

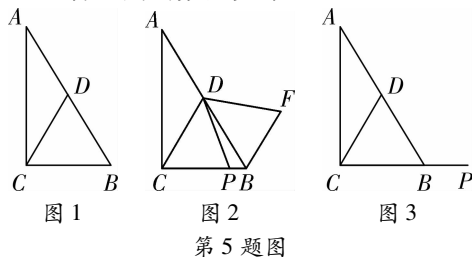
(1) 如图1, BC 与 BD 的数量关系是_____;

猜想验证:

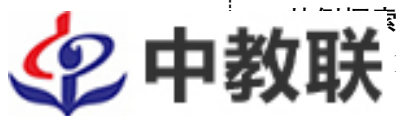
(2) 如图2, 若 P 是线段 CB 上一动点(点 P 不与点 B, C 重合), 连接 DP , 将线段 DP 绕点 D 逆时针旋转 60° , 得到线段 DF , 连接 BF , 请猜想 BF, BP, BD 三者之间的数量关系, 并证明你的结论;

拓展延伸：

(3)若点 P 是线段 CB 延长线上一动点,按照(2)中的作法,请在图 3 中补全图象,并直接写出 BF , BP , BD 三者之间的数量关系.



第 5 题图



7. (2015 江西) 我们把两条中线互相垂直的三角形称为“中垂三角形”,例如图 1,图 2,图 3 中, AF , BE 是 $\triangle ABC$ 的中线, $AF \perp BE$,垂足为 P ,像 $\triangle ABC$ 这样的三角形均称为“中垂三角形”,设 $BC = a$, $AC = b$, $AB = c$.

1,当 $\angle ABE = 45^\circ$, $c = 2\sqrt{2}$ 时, $a =$ _____, b _____; 如图 2, 当 $\angle ABE = 30^\circ$, $c = 4$ 时, $a =$ _____, $b =$ _____;

归纳证明

(2)请你观察(1)中的计算结果,猜想 a^2, b^2, c^2 三者之间的关系,用等式表示出来,并利用图 3 证明你发现的关系式;

拓展应用

(3)如图 4,在 $\square ABCD$ 中,点 E, F, G 分别是 AD , BC , CD 的中点, $BE \perp EG$, $AD = 2\sqrt{5}$, $AB = 3$,求 AF 的长.

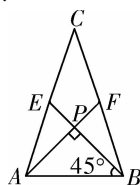


图 1

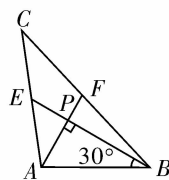


图 2

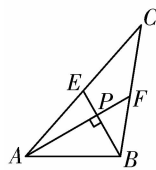


图 3

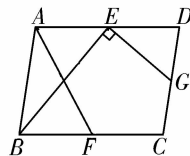


图 4

第 7 题图

6. (2017 青岛) 已知: $Rt\triangle EFP$ 和矩形 $ABCD$ 如图 1 摆放(点 P 与点 B 重合),点 $F, B(P), C$ 在同一直线上, $AB = EF = 6$ cm, $BC = FP = 8$ cm, $\angle EFP = 90^\circ$. 如图 2, $\triangle EFP$ 从图 1 的位置出发,沿 BC 方向匀速运动,速度为 1 cm/s, EP 与 AB 交于点 G ; 同时,点 Q 从点 C 出发,沿 CD 方向匀速运动,速度为 1 cm/s. 过点 Q 作 $QM \perp BD$,垂足为 H ,交 AD 于点 M ,连接 AF, PQ ,当点 Q 停止运动时, $\triangle EFP$ 也停止运动. 设运动时间为 t (s) ($0 < t < 6$),解答下列问题:(1) 当 t 为何值时, $PQ \parallel BD$? (2) 设五边形 $AFPQM$ 的面积为 y (cm^2),求 y 与 t 之间的函数关系式; (3) 在运动过程中,是否存在某一时刻 t ,使 $S_{\text{五边形}AFPQM} : S_{\text{矩形}ABCD} = 9 : 8$? 若存在,求出 t 的值;若不存在,请说明理由. (4) 在运动过程中,是否存在某一时刻 t ,使点 M 在线段 PG 的垂直平分线上? 若存在,求出 t 的值;若不存在,请说明理由.

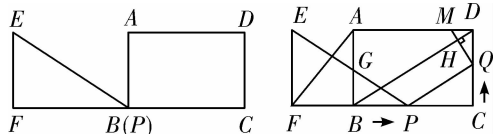


图 1

图 2

第 6 题图

专题八 二次函数的综合探究(压轴题)

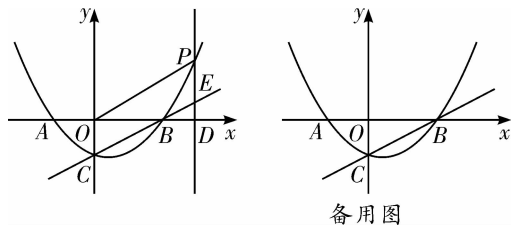
1. (2017 营口) 如图, 抛物线 $y = ax^2 + bx - 2$ 的对称轴是直线 $x = 1$, 与 x 轴交于 A, B 两点, 与 y 轴交于点 C , 点 A 的坐标为 $(-2, 0)$, 点 P 为抛物线上的一个动点, 过点 P 作 $PD \perp x$ 轴于点 D , 交直线 BC 于点 E .

(1) 求抛物线解析式;

(2) 若点 P 在第一象限内, 当 $OD = 4PE$ 时, 求四边形 $POBE$ 的面积;

(3) 在(2)的条件下, 若点 M 为直线 BC 上一点, 点 N 为平面直角坐标系内一点, 使得以点 B, D, M, N 为顶点的四边形是菱形? 若存在, 直接写出点 N 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

【温馨提示: 考生可以根据题意, 在备用图中补充图形, 以便探究】



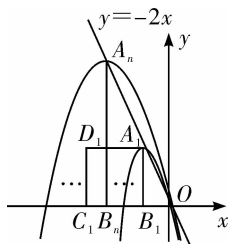
第1题图

2. (2017 贵阳) 我们知道, 经过原点的抛物线可以用 $y = ax^2 + bx (a \neq 0)$ 表示, 对于这样的抛物线:

(1) 当抛物线经过点 $(-2, 0)$ 和 $(-1, 3)$ 时, 求抛物线的表达式;

(2) 当抛物线的顶点在直线 $y = -2x$ 上时, 求 b 的值;

(3) 如图, 现有一组这样的抛物线, 它们的顶点 $A_1, A_2, \dots, A_n$ 在直线 $y = -2x$ 上, 横坐标依次为 $-1, -2, -3, \dots, -n (n \text{ 为正整数, 且 } n \leq 12)$, 分别过每个顶点作 x 轴的垂线, 垂足记为 $B_1, B_2, \dots, B_n$, 以线段 $A_n B_n$ 为边向左作正方形 $A_n B_n C_n D_n$, 如果这组抛物线中的某一条经过点 D_n , 求此时满足条件的正方形 $A_n B_n C_n D_n$ 的边长.



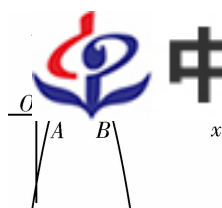
第2题图

3. 如图,已知与 x 轴交于点 $A(1,0)$ 和 $B(5,0)$ 的抛物线 l 的顶点为 $C(3,4)$,抛物线 l' 和 l 关于 x 轴对称.

(1)求抛物线 l' 的函数表达式.

(2)将抛物线 l' 向右平移 $m(m>0)$ 个单位长度,平移后的新抛物线与 x 轴交点从左向右依次为 D,E ,其顶点为 F ,在平移过程中,是否存在以点 A,C,E,F 为顶点的四边形是矩形的情形?若存在,请求出此时 m 的值;若不存在,请说明理由.

(3)设 l 上的点 M,N (M 在 N 的左侧)分别与 l' 上的点 M',N' 关于 x 轴对称,若四边形 $MNN'M'$ 是正方形,求点 M 的坐标.



第3题图

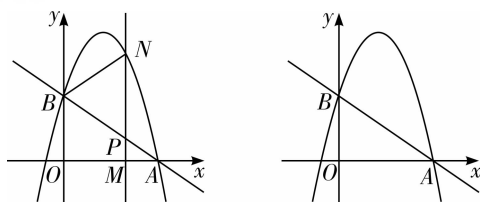
4. (2017 河南) 如图,直线 $y = -\frac{2}{3}x + c$ 与 x 轴交于点 $A(3,0)$,与 y 轴交于点 B ,抛物线 $y = -\frac{4}{3}x^2 + bx + c$ 经过点 A,B .

(1)求点 B 的坐标和抛物线的解析式;

(2) $M(m,0)$ 为 x 轴上一动点,过点 M 且垂直于 x 轴的直线与直线 AB 及抛物线分别交于点 P,N .

①点 M 在线段 OA 上运动,若以 B,P,N 为顶点的三角形与 $\triangle APM$ 相似,求点 M 的坐标;

②点 M 在 x 轴上自由运动,若三个点 M,P,N 中恰有一点是其他两点所连线段的中点(三点重合也算),则称 M,P,N 三点为“共谐点”.请直接写出 M,P,N 三点成为“共谐点”的 m 的值.

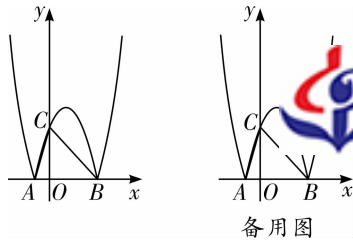


备用图

第4题图

5. (2017 宿迁) 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2x - 3$ 交 x 轴于 A, B 两点(点 A 在点 B 的左侧), 将该抛物线位于 x 轴上方曲线记作 M , 将该抛物线位于 x 轴下方部分沿 x 轴翻折, 翻折后所得曲线记作 N , 曲线 N 交 y 轴于点 C , 连接 AC, BC .

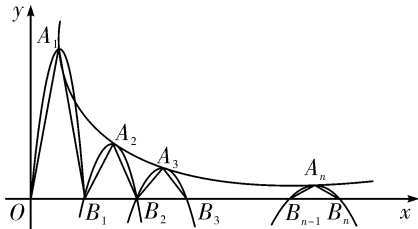
- (1) 求曲线 N 所在抛物线相应的函数表达式;
- (2) 求 $\triangle ABC$ 外接圆的半径;
- (3) 点 P 为曲线 M 或曲线 N 上的一动点, 点 Q 为 x 轴上的一个动点, 若以点 B, C, P, Q 为顶点的四边形是平行四边形, 求点 Q 的坐标.



第 5 题图

6. (2018 原创) 如图, 一组抛物线的顶点 $A_1(x_1, y_1), A_2(x_2, y_2), \dots, A_n(x_n, y_n)$ (n 为正整数) 依次是反比例函数 $y = \frac{9}{x}$ 图象上的点, 第一条抛物线以 $A_1(x_1, y_1)$ 为顶点且过点 $O(0, 0), B_1(2, 0)$, 等腰 $\triangle A_1OB_1$ 为第一个三角形; 第二条抛物线以 $A_2(x_2, y_2)$ 为顶点且经过点 $B_1(2, 0), B_2(4, 0)$, 等腰 $\triangle A_2B_1B_2$ 为第二个三角形; $\dots$; 第 n 条抛物线以 $A_n(x_n, y_n)$ 为顶点且经过点 $B_{n-1}(2n-2, 0), B_n(2n, 0)$, 等腰 $\triangle A_nB_{n-1}B_n$ 为第 n 个三角形.

- (1) 求第一条抛物线的解析式;
 - (2) 第几个三角形的面积为整数?
- ... n 条抛物线为 $y = a_nx^2 + b_nx + c_n$ 满足 b_n $\dots$, 求 n 的值;
- ... m 个三角形和第 n 个三角形顶角互补, 直接写出 m, n ($m > n$) 的值.



第 6 题图